

RASGADO DEL PAPEL: ¿SE PUEDE DETERMINAR LA TRAYECTORIA DE LA FRACTURA?

El rasgado del papel parece un problema de interés meramente científico, pero en realidad es un tópico que puede presentar muchos desafíos desde el punto de vista ingenieril. Por ejemplo, existen varias líneas de investigación aplicada relacionadas al packaging interesadas en diseñar estrategias eficientes de apertura y sellado de envases de alimentos, entre otras cosas.

• **Juan Francisco Fuentealba**
Doctor en Ciencias con mención en Física

El rasgar un papel es un ejercicio cotidiano en nuestra vida y lo hacemos en diferentes momentos y circunstancias como cuando necesitamos arrancar una hoja de un cuaderno, cuando abrimos un paquete o cuando despegamos un póster de una pared, pero a pesar de la regularidad con la que realizamos estas acciones no nos detenemos en los detalles de este proceso. En este artículo intentaremos motivar la discusión sobre este tipo de fenómenos, pero antes de eso debemos definir algunos conceptos. Se conoce como rasgado al proceso de fractura de una lámina que involucra grandes desplazamientos del material con respecto al plano (Figura 1), por otro lado una "lámina delgada" es un objeto en el cual dos de sus tres dimensiones son mucho más grandes que la tercera dimensión. En el caso del papel, el espesor es esa tercera dimensión, la que evidentemente satisface esta condición. En una lámina o placa delgada se puede considerar una grieta o fractura, como un punto propagándose en una superficie bidimensional, y su trayectoria podría describirse como una curva en el espacio (por ejemplo: una parábola, recta, hipérbola, espiral, etc).

Una consecuencia muy importante en la reducción del problema en una dimensión, es que se genera una dependencia fuerte de la respuesta mecánica de estos objetos con la geometría. Por lo mismo, el desarrollo de una fractura dependerá de la disposición



Figura 1

Rasgado de una lámina delgada

inicial que utilizemos para rasgar el material y los resultados en la trayectoria de la fractura pueden variar mucho de un caso a otro. En este artículo, estudiaremos el caso más simple que corresponde a estudiar la evolución de una **fractura aislada tirada por dos puntos**.

El experimento que se propone, se puede observar en la figura 2, en la cual la fractura avanza entre los dos puntos de tiro que se van alejando (el uno del otro) a medida que la fractura va avanzando. El papel utilizado en el experimento es polipropileno que es un polímero bastante común utilizado como envoltorio de alimentos por sus propiedades de impermeabilidad. El poli-

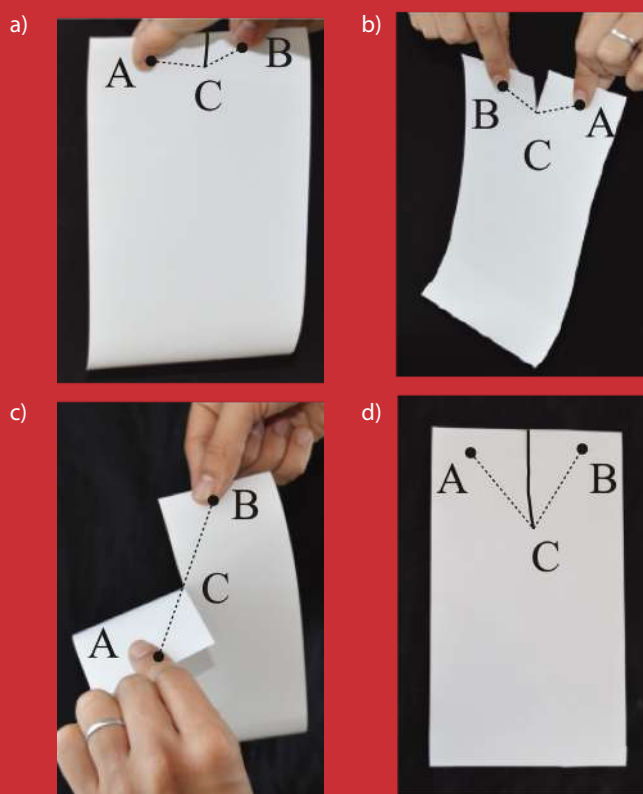


Figura 2

Set de fotografías que ilustran el rasgado del material. (a) Se seleccionan dos puntos de tiro (A y B) y se hace un defecto inicial entre estos dos puntos hasta el punto C. (b) Los puntos A y B se separan gradualmente. Las líneas rectas muestran la relación entre los puntos de tiro (o tracción) y la cabeza de la fractura. (c) Si la lámina es lo suficientemente delgada y flexible, los puntos A y B se alinean en una línea recta y la fractura se comienza a propagar cuando la fuerza es lo suficientemente grande. (d) Se supone que la lámina no se puede extender. Por lo tanto, para investigar las características geométricas del rasgado, la lámina debe observarse en una superficie plana (configuración plana).

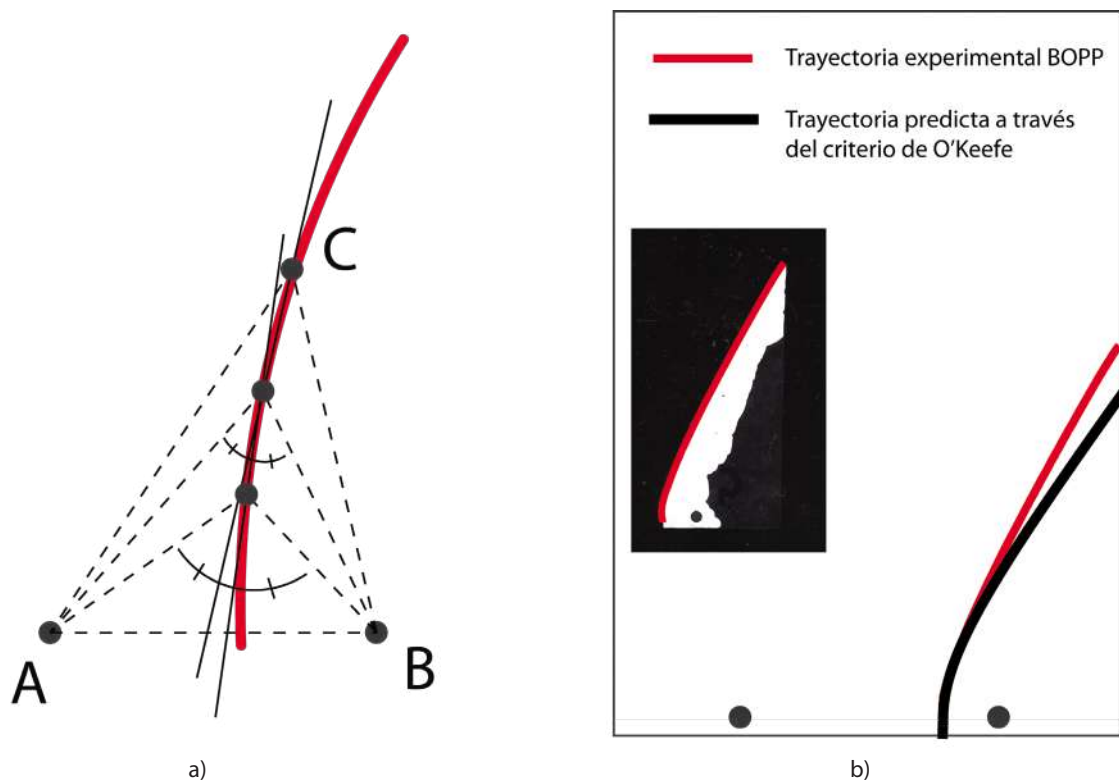


Figura 3

(a) Esquema de propagación de una fractura según condición de O'Keefe. La cabeza de la fractura (punto C) se desplaza a lo largo de la línea negra delgada que corresponde a la bisectriz del ángulo ACB. La dirección de la bisectriz, va cambiando a medida que la fractura va evolucionando. La curva roja corresponde a la trayectoria de la fractura. (b) Comparación entre curva experimental en láminas de BOPP transparente (línea roja) y curva teórica propuesta por O'Keefe (línea negra) conociendo los puntos de tiro (círculos plomos). El inserto izquierdo de la figura corresponde a una foto del experimento finalizado.

propileno, es un material bastante fácil de doblar y, a diferencia del papel regular, necesita de bastante energía para producir nuevas fracturas, aunque se rompe muy fácilmente si ya existe un defecto en el material (en la literatura se le conoce como pre-crack). Esta última condición es bastante favorable para el desarrollo de este experimento ya que evitamos el crecimiento de nuevas grietas mientras estudiamos la propagación de la fractura aislada.

Predecir la trayectoria de una fractura es un ejercicio muy complejo, lleno de hipótesis y de aproximaciones. En la mayoría de los casos, no hay soluciones exactas de las ecuaciones que gobiernan el sistema, pero el análisis energético de este tipo de problemas siempre nos puede entregar pistas sobre la naturaleza del fenómeno. Un criterio para predecir la dirección de propagación supone que la grieta comenzará a crecer tan pronto como sea posible en la primera dirección que satisfaga el criterio de Griffith, en otras palabras, la fractura se propagará en la dirección que maximiza la **tasa de liberación máxima de energía** para una fuerza dada [1]. A través de una descripción geométrica de este problema, y considerando que la punta de la fractura (punto C) y los dos puntos de tiro (A y B) forman un triángulo en su configuración plana (Figura 3a), y examinando el trabajo realizado por la fuerza, O'Keefe describió una sencilla regla para predecir la trayectoria de la fractura en este problema que consiste en que la punta de la fractura avanza en la dirección de la bisectriz de ángulo ACB [2]. Si la fractura avanza de forma infinitesimal entonces cada punto de la curva que representa la trayectoria de la fractura satisface esta misma condición manteniendo siempre fijo los puntos de tiro (en la configuración plana). A partir de esto, llegamos a la conclusión que solamente conociendo la ubicación de los puntos de tiro y la posición inicial del pre-crack entre A y B se puede, en teoría, describir la trayectoria del experimento (Figura 3a). En la figura 3b se puede observar la trayectoria de un experimento en polipropileno junto con la comparación de una curva teórica considerando el criterio de O'Keefe de propagación, podemos ver que hay pequeñas diferencias entre la predicción y la trayectoria real. Existen muchas razones que pueden explicar esta diferencia, pero en este caso son producto de la anisotropía de la lámina que se define como la diferencia entre las propiedades de un material según la dirección en que son examinadas. Takei et al., hicieron diferentes experimentos, específicamente una serie de "trouser test", en láminas de polipropileno, y encontraron que existe grados de anisotropía diferentes para diferentes direcciones, pero con una periodicidad de $\pi/2$ grados entre el valor mínimo y máximo de anisotropía. La forma de caracterizar la anisotropía del material fue a través de medir la deflexión del ángulo de propagación de la fractura con respecto a una dirección de referencia, mientras mayor es la desviación, mayor es la anisotropía [3].

Conociendo que la anisotropía del material es importante en la trayectoria de la fractura, algunos años después, Ibarra et al, 2016 [4], desarrollaron este mismo experimento (fractura aislada que se propaga entre dos puntos de tiro), reportando los siguientes resultados:

- a) Las trayectorias obtenidas en el experimento corresponden a una familia de **hipérbolas** donde los focos están definidos por los puntos de tiro.
- b) En presencia de anisotropía, la fractura no avanza en la dirección de "tasa máxima de energía liberada", si no que la fractura se desvía hacia direcciones con menos energía de fractura. Confirmando las observaciones de Takei et al.
- c) La variación del módulo de Young, en las láminas usadas, no presenta diferencias importantes con respecto a las trayectorias obtenidas. Este resultado es importante, porque justifica el hecho de que las láminas, al ser objetos delgados, almacenan poca energía en los pliegues y no necesita ser considerada en el cálculo de la tasa de máxima energía liberada.

Finalmente, Ibarra et al., 2019 [5], usando una descripción geométrica, propusieron un modelo analítico para esta configuración de rasgado en coordenadas hiperbólicas, que presenta un buen ajuste entre la

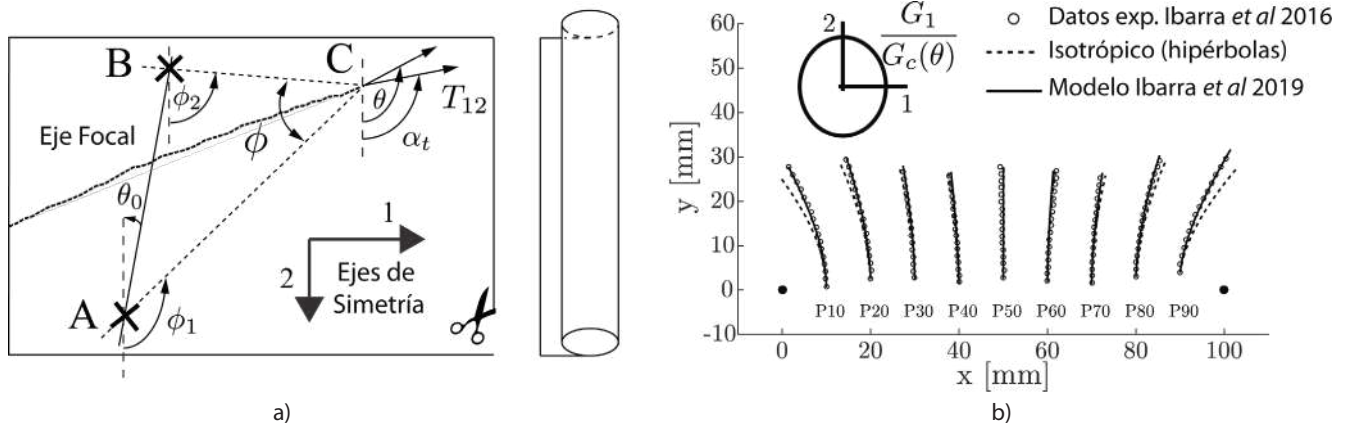


Figura 4

(a) Diagrama del experimento en configuración plana: θ indica la dirección instantánea de propagación de la fractura, y α_t la dirección del vector de tiro T_{12} (que al mismo tiempo pasa por la bisectriz del ángulo Φ). Si el material es isotrópico $\theta = \alpha_t$. En el extremo inferior derecho la orientación de referencia se traza a lo largo del eje principal de simetría de la energía de fractura (eje 1). La orientación del eje 1, con respecto al eje que une los puntos de tiro (eje focal), es θ_0 . (b) Resumen de trayectorias de fracturas observadas, presentadas por Ibarra et al. [4], y comparación con trayectorias predichas por modelo anisotrópico. La línea que une los puntos de tiro (ubicada a 100 mm de distancia e indicada por puntos de negros) indica el eje focal. En este caso el eje de simetría 1 está orientado paralelo al eje focal $\theta_0 = 0$. Ambas figuras fueron extraídas de [5], para más detalles recomendamos al lector revisar el artículo citado.

teoría y los resultados experimentales para láminas con baja anisotropía indicando la fuerte relación entre los ejes de anisotropía del material (máxima y mínima anisotropía) y la trayectoria de la fractura (ver figura 4).

A modo de consideraciones finales los resultados de esta serie de trabajos nos invitan a pensar varias cosas. La primera es la **compleja física y matemática que está involucrada en problemas simples y cotidianos que nos da una perspectiva de que algunos fenómenos que creemos conocer, en realidad no los entendemos del todo. La naturaleza, a toda escala, está repleta de procesos no lineales**, es decir, sistemas en que la respuesta del mismo tiene un comportamiento complejo y muy difícil de predecir. En el caso del rasgado, la no-linealidad está relacionada con la fuerte dependencia que existe entre el material y la geometría del sistema. Por lo mismo, invitamos al lector a que la próxima vez que rasgue un papel, tome atención en la configuración en la cual está rompiendo el material y como esa disposición influye en la trayectoria de la fractura involucrada. En alguna próxima

edición de esta revista estaremos revisando otros problemas de rasgado que involucren interesantes e intrincadas trayectorias.

Referencias

- [1] Bourdin, B. et al., The variational approach to fracture, Journal of Elasticity 91 (2008) p5-148.
- [2] O'Keefe, R., Modeling the tearing of paper, American Journal of Physics 62, 4 (1994) p299-304.
- [3] Takei, A. et al., Forbidden directions for the fracture of thin anisotropic sheets: an analogy with the Wulff plot, Physical Review Letters 110, 144301 (2013).
- [4] Ibarra, A. et. al, The tearing path in a thin anisotropic sheet from two pulling points: Wulff's view, Soft Matter 12, 27 (2016) p5979 - 5985.
- [5] Ibarra, A. et. al, Predicting tearing paths in thin sheets, Physical Review E 100, 023002 (2019).



Investigación YouTube

