

¡VIVA EL CAOS!: EL PROBLEMA DE LOS TRES CUERPOS



¿Podría el aleteo de una mariposa en Brasil desencadenar una serie de eventos que llevaría a un tornado en Texas?



Cristián Erices
Dr. En Ciencias Físicas

Recuerdo que tenía once años de edad e iba en el maletero de un auto. Creo que mi tía escuchaba mis carcajadas desde su asiento, con una sonrisa algo preocupada, pero era una sonrisa al fin y al cabo. En mi universo de niño, extasiado por el sonido del motor y las impredecibles fuerzas que sentía en plena oscuridad, vivía mi propio ritual semanal que consistía desde prender algunos fósforos hasta saborear la crema blanca de unas galletas. Volvía a mi realidad, salía renovado de esa cámara, al ver la luz de este mundo nuevamente. Esta era una práctica habitual que yo le exigía a mi tía cada vez que viajábamos en su auto y que sin duda disfrutaba inmensamente. "¡Te vas adelante y punto!" me dijo ella. Esta vez no estaba de humor para mis juegos. Antes de subirnos al auto había quemado su planta regalona jugando con una lupa. Era pleno invierno y contra todo pronóstico, jese día el sol brilló como nunca! Ese mismo día, al llegar a un semáforo, nos embistió una camioneta que impactó fuertemente el maletero destruyendo a su vez mi más preciado santuario. Desde ese día dejé esas prácticas oscuras pero empezaron las preguntas. ¿Y si el sol no hubiese brillado tanto ese día de invierno de 1997?

Existen muchos ejemplos de situaciones en las que un pequeño detalle conduce a un cambio dramático. Es curioso que este

tipo de comportamiento se vea en todo orden de cosas. Esta idea precisamente es la que subyace en la recientemente estrenada serie de Netflix "El Problema de los Tres Cuerpos". Se basa en una trilogía de novelas de ciencia ficción escrita por el ingeniero y escritor chino Cixin Liu. Toda la acción de la historia transcurre principalmente en la Tierra, sin embargo otro sistema planetario es importante para la historia. En el relato una civilización alienígena habita "Trisolaris", un planeta inestable que orbita un sistema de tres estrellas conocido como Alfa Centauri. Este sistema sí existe en la realidad y al igual que en el relato, está constituido por tres estrellas. Dos que se parecen mucho a nuestro Sol: Rigil Kentaurus o Alfa Centauri A y Toliman, o Alfa Centauri B. La tercera es una estrella enana roja llamada Próxima Centauri o Alfa Centauri C, con apenas el 12% de la masa de nuestro Sol. Esta es la estrella más cercana a nuestro Sol encontrándose a una distancia de unos 4.25 años luz (40 millones de millones de kilómetros aproximadamente). Si bien "Trisolaris" es un planeta ficticio en el relato, en la realidad Próxima Centauri efectivamente tiene dos planetas confirmados que la orbitan, uno de ellos, Próxima B, con un tamaño similar al de la Tierra y a una distancia de Próxima Centauri que permitiría la existencia de agua líquida.



Figura 1

Alpha Centauri A y Alpha Centauri B, se ven muy cerca por lo que aparecen como un solo gran punto luminoso a la izquierda, formando un sistema estelar triple con Próxima Centauri, que está rodeada por un círculo rojo. El sistema estelar triple llamado Beta Centauri, también aparece como un solo gran punto luminoso a la derecha debido a la cercanía de sus estrellas.

En cambio, los habitantes de Trisolaris (o Trisolarianos) viven entre impredecibles periodos de condiciones climáticas extremas y periodos de estabilidad climática pues orbitan un sistema estelar extremadamente inestable debido a las complejas interacciones gravitacionales entre los tres soles. Una sociedad tan avanzada pero que aún no puede predecir la trayectoria de sus tres soles para anticiparse a los cambios climáticos, retrata la complejidad de un problema físico que subyace en las entrañas de la mecánica clásica y que data desde que el ser humano comenzó a comprender la gravedad hace más de 300 años: El problema de los tres cuerpos.



Figura 2

Una catástrofe en Trisolaris (Netflix)

A fines del Siglo XVI Galileo Galilei formuló científicamente la descripción matemática de la caída de objetos. En esta descripción si uno lanza una piedra, sabiendo su posición y velocidad iniciales, es posible predecir la trayectoria de dicha piedra en todo instante posterior al lanzamiento. Incluso si se cambiaran levemente dichas condiciones iniciales o hubiese un grado de incerteza respecto a sus respectivas mediciones, las trayectorias predichas matemáticamente distarían muy poco de las reales. Lo que estamos haciendo en este caso es describir el movimiento de un cuerpo (la piedra) usando como referencia el piso (el planeta Tierra), que para efectos prácticos no se mueve.

Tuvimos que esperar hasta el siglo XVII, para que un joven genio, Isaac Newton, nos regalara la primera descripción de la fuerza de gravedad o interacción gravitacional publicada en su trabajo Principia de 1687: La ley de gravitación universal [1]. Aquí Newton unifica en un solo marco teórico, lo que hasta ese entonces correspondía a dos áreas separadas de la física: la caída de objetos en la Tierra y el movimiento planetario, ambas inferidas empíricamente por Galileo Galilei y Johannes Kepler, respectivamente. Newton nos señala que el movimiento planetario, el movimiento de la luna orbitando la Tierra y el movimiento de los objetos en caída libre sobre la Tierra, pueden ser descritos a través de una única ley física. Con la ley de gravitación universal Newton demostró matemáticamente el resultado obtenido por Johannes Kepler a principios del mismo siglo, que establecía que los planetas se mueven en órbitas elípticas alrededor del sol.

Los sistemas de dos cuerpos o sistemas binarios tienen órbitas periódicas, y en consecuencia son matemáticamente predecibles porque siguen la misma trayectoria una y otra vez. Esto significa que si conocemos las condiciones iniciales, vale decir, las posiciones y velocidades iniciales de ambos cuerpos, podemos calcular entonces sus respectivas trayectorias en el pasado y en el futuro. Al igual que en el problema de un cuerpo cayendo en la Tierra, las trayectorias de los cuerpos en un sistema binario son predecibles con un grado altísimo de precisión incluso si hay cierto grado de incerteza sobre las condiciones iniciales del sistema. Es por esto que las trayectorias de los sistemas binarios conformados por el Sol y la Tierra, o la Tierra y la Luna, son descritas con exactitud. Recordemos que en las mediciones de las condiciones iniciales siempre hay un error intrínseco asociado al instrumento de medición, y por lo tanto no pueden ser determinadas con precisión infinita.

Sin embargo en otras partes del universo, hay sistemas orbitales conformados por más de dos cuerpos, y ahí es donde comienza el problema. Incluir un tercer objeto suficientemente cerca de otros dos, que interactúe gravitacionalmente, puede parecer bastante simple, pero una vez que se profundiza en las matemáticas, las trayectorias orbitales de cada objeto se complican muy rápidamente haciéndolas prácticamente impredecibles. Incluso el mismo Isaac Newton nunca pudo resolver este problema y permaneció como un misterio matemático por cerca de dos siglos. El planteamiento general del problema de los tres cuerpos se conoció más tarde como el problema de los N cuerpos, donde N representa una cantidad de cuerpos en órbita mayor que dos. Hacia fines del siglo XIX el problema de los N cuerpos estaba entre los más desafiantes de la mecánica clásica. De hecho, en 1884, y como parte de los festejos conmemorativos por su sexagésimo cumpleaños a celebrar en 1889, el rey Óscar II de Suecia y Noruega, instituyó una competición matemática, probablemente por iniciativa del matemático sueco Mittag-Leffler, que anunciaba dicho problema en la convocatoria del concurso publicada a mediados de 1885 de la siguiente manera:

“Dado un sistema de un número arbitrario de puntos de masa que se atraen mutuamente según la ley de Newton, bajo la suposición de que nunca dos puntos colisionan, intenta encontrar una representación de las coordenadas de cada punto como una serie en una variable que sea una función conocida del tiempo y para todos cuyos valores la serie converge uniformemente.”

El problema fue abordado por varios científicos, entre estos, un polímata francés llamado Jules Henri Poincaré (1854–1912). Poincaré concluyó que la evolución de un sistema como el planteado en el problema era extremadamente caótica. Con esto se refería a que una pequeña perturbación en el estado inicial, como por ejemplo, una mínima variación en la posición inicial de un cuerpo, podía llevar en algún momento a un estado totalmente diferente. En consecuencia, si esa mínima variación no puede ser detectada por los instrumentos disponibles, sería prácticamente imposible predecir el estado final del sistema. Uno de los integrantes del jurado, el distinguido Karl Weierstrass, afirmó: "Si bien este trabajo no puede ser considerado como la solución completa del desafío presentado, es de tal importancia que su publicación marcará el comienzo de una nueva era en la historia de la mecánica celeste." La respuesta de Poincaré al problema de los tres cuerpos sentó las bases de una teoría matemática completamente nueva llamada teoría del caos [2].

Para encontrar soluciones al problema de los tres cuerpos debemos simplificar el problema restringiéndonos a casos particulares. Esto se logra por ejemplo cuando consideramos dos cuerpos principales que interactúan gravitacionalmente con un tercer objeto de mucha menor masa que ofrece una interacción gravitacional menor [3]. Por esta razón el sistema Sol-Tierra-Luna es prácticamente predecible pues está constituido por órbitas estables en el tiempo, donde los cuerpos principales son el Sol y la Tierra, y el tercer objeto de menor masa es la Luna. Esta es sin duda la aproximación con más aplicaciones en astronomía, y nos permite vivir nuestras vidas de acuerdo a los ciclos solares y lunares, hacer calendarios de todo tipo, prepararnos para la cosecha o la siembra, organizar fiestas y ceremonias, y echar a correr toda nuestra imaginación con las predicciones astrológicas, pero eso ya es otro tema fuera del ámbito científico.

No se ha encontrado a la fecha una solución general al problema de los tres cuerpos, que no sea aproximada. Vale decir, no tenemos una descripción matemática explícita de la trayectoria de los tres cuerpos que contenga un número finito de operaciones matemáticas estándar y que admita un valor arbitrario tanto para las masas de los cuerpos como para las condiciones iniciales. Generalmente el movimiento de los tres cuerpos no se repite, o en otras palabras no es periódico.

Hay tres casos notables donde sí hay órbitas periódicas pero requieren de condiciones iniciales muy particulares. Las más conocidas son las órbitas de Euler [4], Lagrange [5] y una que tiene forma de 8

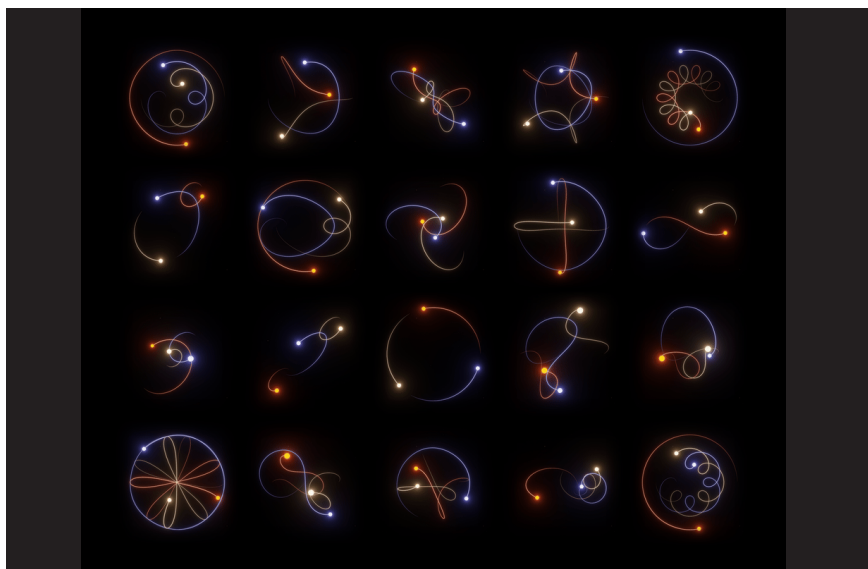


Figura 3

Casos particulares del problema de los tres cuerpos que permiten órbitas periódicas. Las masas de los cuerpos son iguales y las condiciones iniciales deben ser especiales. Son tan especiales que es prácticamente imposible su realización en la naturaleza.

[6]. Son tan especiales que son dinámicamente inestables, es decir, cualquier perturbación destruiría la configuración. Bastaría con que pasara una mariposa volando cerca del sistema para estropear las órbitas separando los cuerpos indefinidamente.

La teoría del caos fue desarrollada en su forma más práctica por el matemático y meteorólogo estadounidense Edward Lorenz [7]. Lorenz trabajaba en 1960 en la predicción del tiempo meteorológico con la ayuda de ordenadores, sin embargo al redondear el valor de una magnitud para una condición inicial, observó cambios drásticos en los resultados del tiempo meteorológico previsto a largo plazo. Caos: Cuando el presente determina el futuro pero el presente aproximado no determina aproximadamente el futuro. Así fue la definición del concepto con la que Lorenz resumía una característica inherente a ciertos sistemas y que en 1969 se acuñó poéticamente como el efecto mariposa, describiéndolo con una metáfora que nadie más que él podría haber formulado: El aleteo de una mariposa en Brasil podría desencadenar una serie de eventos que llevaría a un tornado en Texas. El vocablo "caos" en este sentido fue acuñado por Jim Yorke, matemático destacado en la universidad de Maryland. Este caos es lo que nos hace desconfiar del pronóstico del tiempo meteorológico más allá de un par de días.

Por lo tanto, a diferencia de un sistema de dos cuerpos, un sistema de tres cuerpos constituye un sistema caótico. Podemos realizar observaciones muy precisas de las condiciones iniciales como la posición y velocidad de los tres cuerpos, pero después de cierto tiempo el error intrínseco e inevitable asociado a dichas medicio-

nes, por muy avanzados que sean los instrumentos utilizados, crecería significativamente haciendo impredecible la evolución temporal del sistema. ¡Aunque tuviéramos la tecnología de los Trisolarios, no podríamos predecirlo!

Muchos eventos catastróficos o altamente fortuitos en nuestra historia podrían haberse evitado al alterar un pequeño detalle del pasado. En cada caso, el mundo en el que vivimos podría ser diferente. ¿Y si Adolf Hitler hubiera sido aceptado en la Academia de Bellas Artes de Viena en 1907?, ¿Y Si los operadores de la planta nuclear de Chernóbil en 1986 hubieran seguido los procedimientos de seguridad adecuados?, ¿Y si el sol no hubiese brillado tanto ese día de invierno de 1997? Quizás no estaría escribiendo estas líneas. Por eso... ¡Viva el caos!

[1] Isaac Newton, "Principia", (1687).

[2] Henri Poincaré, "Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique", Acta Mathematica, Vol. 13, 1-2, (1890).

[3] G. W. Hill, "Researches in the Lunar Theory", American Journal of Mathematics, Vol. 1, No. 1, 5-26, (1878).

[4] Leonhard Euler, "Considerationes de motu corporum coelestium", Novi Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae, Vol. 10, pp. 207–242, 1760; Vol. 11, pp. 152–184, (1761).

[5] Joseph-Louis Lagrange, "Essai sur le Problème des Trois Corps", Miscellanea Taurinensia, Volume 4, (1772).

[6] Cris Moore, "Braids in Classical Dynamics", Physical Review Letters, Vol. 70, pp. 3675–3679, (1993).

[7] Edward Lorenz, "Deterministic Nonperiodic Flow", Journal of the Atmospheric Sciences, Vol. 20, pp. 130–141, (1963).