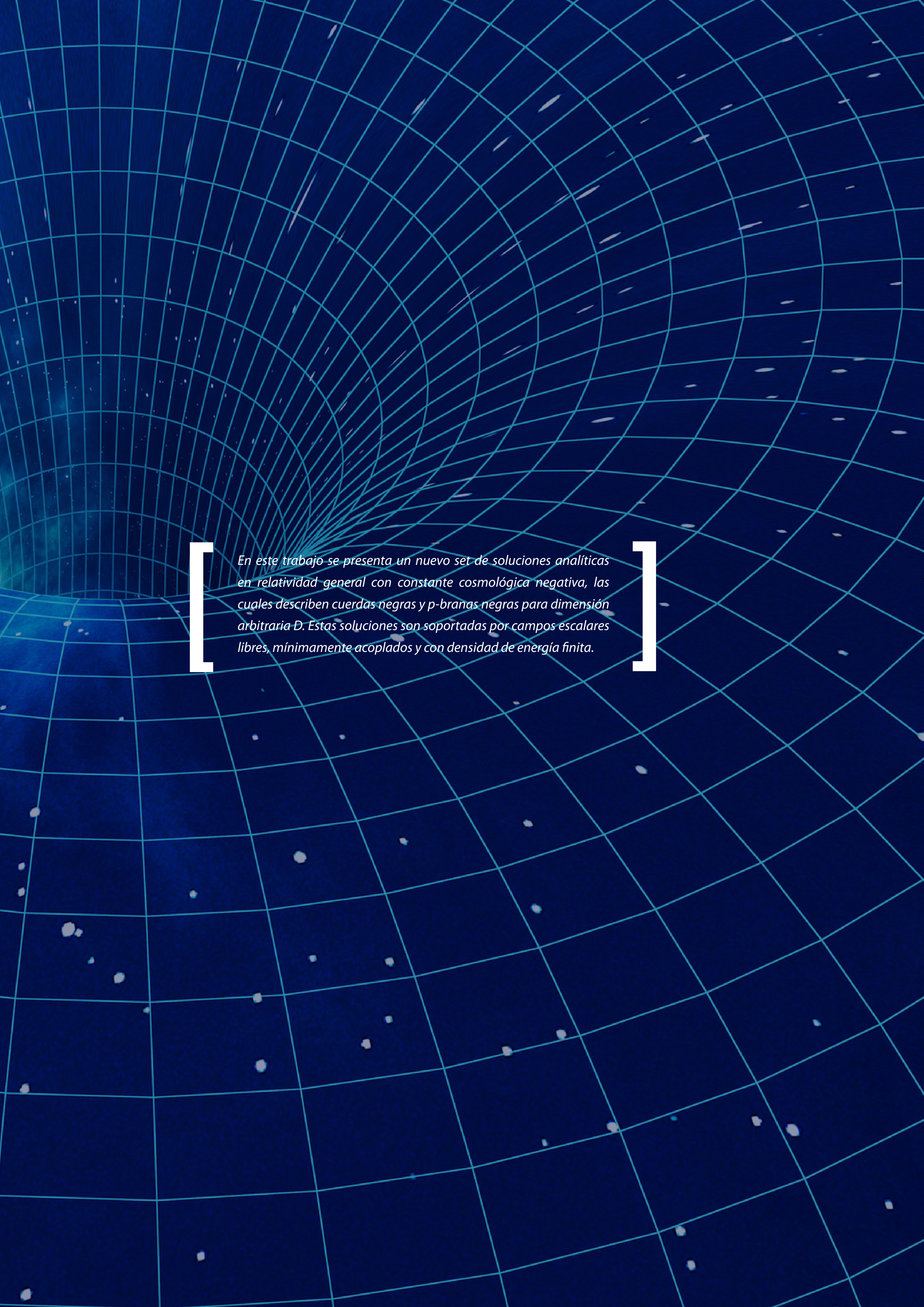
SOLUCIONES EXACTAS TIPO CUERDAS Y P-BRANAS NEGRAS EN RELATIVIDAD GENERAL

Adolfo Cisterna — Escuela de Ciencias Básicas
Julio Oliva — Departamento de Física, U. de Concepción



En este trabajo se presenta un nuevo set de soluciones analíticas en relatividad general con constante cosmológica negativa, las cuales describen cuerdas negras y p-branas negras para dimensión arbitraria D. Estas soluciones son soportadas por campos escalares libres, mínimamente acoplados y con densidad de energía finita.

INTRODUCCIÓN

A la fecha ha sido bien establecido que la relatividad general en espacio tiempo con dimensión mayor que cuatro admite soluciones cómo objetos negros con horizontes de eventos de diversa topología [1]; siendo el típico ejemplo la cuerda negra [2, 3]. La cuerda negra es un agujero negro con escalar de Ricci plano cuyo horizonte de eventos posee topología S2 × S1, en contraste a la topología S3 de la generalización de Myers-Perry de la geometría de Kerr [4]. La existencia de tales soluciones muestra como, en cinco ó más dimensiones, la teoría evade obstrucciones topológicas que en cuatro dimensiones se encuentran a la hora de admitir soluciones con pelo en espacios asintóticamente planos [5]. Para grandes valores del momentum angular, la solución de anillo negro puede ser descrita por una cuerda negra, la cual puede ser pensada haciendo una dimensión plana desenvuelta a la solución de Schwarzschild en cuatro dimensiones. Enrrollando la solución de Schwarzschild-AdS en cuatro dimensiones y añadiéndole una dimensión extra uno puede fácilmente construir cuerdas negras en espacios AdS. Sin embargo, el factor de enrollamiento hace a la cuerda en AdS no uniforme, introduciendo dificultades que el caso asintóticamente no posee, especialmente cuando de estudiar su estabilidad dinámica se trata. Las cuerdas negras homogéneas en AdS pueden ser construídas numéricamente en relatividad general con una constante cosmológica negativa [6], [7] así también como en Supergravedad en cinco dimensiones con campos de gauge [8]. En este trabajo, probamos que relatividad general con constante cosmológica negativa, además de admitir soluciones no homogéneas y soluciones numéricas, también admite soluciones que describen cuerdas negras homogéneas y p-branas negras. Estas soluciones son soportadas por campos escalares acoplados libres y existen para una dimensión arbitraria D mayor que cuatro.

Resultados principales

Consideremos la teoría de Einstein en dimensión D = d + p, acoplada con p campos escalares $\psi^{(1)}$ con i = 1, 2, ..., p. Las ecuaciones de campo son dadas por

(1) $$G_{AB} + \Lambda g_{AB} = \kappa \sum_{i=1}^{p} T_{AB}^{(i)}$$

Con

(2) $$T_{AB}^{(i)} = \frac{1}{2}\partial_A \psi^{(i)} \partial_B \psi^{(i)} - \frac{1}{4} g_{AB} \partial_C \psi^{(i)} \partial^C \psi^{(i)}$$

Y

(3) $$\Box \psi^{(i)} = 0 \text{ with } i = 1, 2, ...p$$

Acá GAB es el tensor de Einstein. De ahora en adelante usaremos κ = 16πG = 1. La teoría antes definida admite la siguiente solución

(4) $$ds^2 = -F(r)dt^2 + \frac{dr^2}{F(r)} + r^2 d\Omega_{d-2,\gamma}^2 + \delta_{ij} dx^i dx^j$$

provista de

(5) $$F(r) = \left(\gamma - \frac{2\mu}{r^{d-3}} - \frac{2\Lambda r^2}{(d-1)(d+p-2)}\right)$$

con xi (i = 1, ..., p) siendo coordenadas Cartesianas. Estas son las coordenadas a lo largo de las p–branas planas. Destacablemente, las soluciones para los campos toman la sencilla forma

(6) $$\psi^{(i)} = \lambda x^i$$

con

(7) $$\lambda^2 = -\frac{4\Lambda}{(d+p-2)}$$

Esto es, los campos escalares tienen una dependencia lineal en las coordenadas xi. En (4) y (5)μ aparece como una constante de integración arbitraria, y γ = ±1,0 representa la curvatura de una variedad Euclidea de curvatura constante, de dimensión d − 2 y elemento de línea dΩ2. Nótese que (7) obliga a la constante cosmológica Λ a tomar un valor negativo. La solución aquí expuesta es la primera en su tipo encontrada de forma analítica, es decir, es la primera p–brana negra homogénea, analítica en relatividad de Einstein con una constante cosmológica negativa. El espacio tiempo (4) es asintóticamente AdSd × Rp, con un radio de curvatura AdSd dado por:

(8) $$\frac{1}{l^2} = -\frac{2\Lambda}{(d-1)(d+p-2)} = -\frac{2\Lambda}{(D-p-1)(D-2)}$$

Note que este valor del radio de curvatura AdSd modificado, l, obtenido con (8), difiere respecto del valor obtenido por la solución AdSD maximálmente simétrica, l−2 = −2Λ/[(D−1)(D−2)]. En general l ≤ l0, con la cota superior correspondiendo a p = 0. Podemos elegir γ = ±1 ó 0, lo cual lleva a tres posibles geometrías locales en el borde asintótico. Esto es, la teoría dual holográfica puede ser en principio formulada en RD−1 para γ = 0, R×Sd−1×Rp para γ=1, o R×Hd−1×Rp para k=−1.

CONSTRUCCIÓN GENERAL

Consideremos ahora una métrica en D dimensiones con la siguiente forma

(9) $$ds_D^2 = d\tilde{s}_d^2 + \delta_{ij} dx^i dx^j$$

y a un conjunto de campos escalares $\psi^{(1)} = \lambda x^i$, donde hemos separado los índices de tal manera que índices Griegos y objetos tildados viven en la variedad con elemento de línea ds˜, mientras índices Latinos corren a lo largo de las p direcciones extendidas. Las ecuaciones de Einstein (1) proyectadas a lo largo de la variedad ds˜ y de las direcciones extendidas xi, respectivamente se reducen a

(10) $$\tilde{G}_{\mu\nu} + \left(\Lambda + \frac{p\lambda^2}{4}\right)\tilde{g}_{\mu\nu} = 0$$

y

(11) $$\tilde{R} = 2\Lambda - \left(1 - \frac{p}{2}\right)\lambda^2$$

La compatibilidad de la traza de (10) obtenida contrayendo tal ecuación con $\tilde{g}^{\mu\nu}$ con ecuación (11) implica que la constante λ debe ser fijada como en (7). En otros términos, la configuración de campos escalares induce un corrimiento en la constante cosmológica de cualquier variedad de Einstein d–dimensional. Luego, en la sección transversal de la p–brana podemos considerar cualquier solución de las ecuaciones de Einstein en d dimensiones, provistos de (10). Podemos, por ejemplo, considerar la solución rotante asintóticamente AdS de relatividad general con constante cosmológica negativa, la cual es caracterizada por d−2 momentos angulares [9–11], para construir cuerdas negras en $AdS^d \times R^p$, con un agujero negro rotante en la brama.

COMENTARIOS FINALES

Las soluciones de p-branas negras son soportadas por campos escalares $\psi^{(1)}$ los cuales son lineales en las coordenadas x^i. Aun cuando estos campos divergen en el límite $x^i \to \pm\infty$, ellos poseen una densidad de energía finita. Esto significa que la divergencia sólo proviene de la no compacidad de las direcciones extendidas. De hecho, la componente tt del tensor de energía momentum para la colección

$\psi^{(1)}$ resulta ser independiente de las coordenadas xi. En consecuencia, uno puede definir la densidad de energía como en el caso de la cuerda negra homogénea con Ricci plano. En la solución (4) y (6) existe debido al hecho de que independientemente la métrica sea homogénea, el campo escalar rompe la simetría de traslación. Esta idea ha sido usada en una variedad de contextos diferentes, por ejemplo, en la construcción de estrellas de bosones y otros solitones gravitacionales [12, 13] y en la construcción de agujeros negros rotacionales con pelo [14]. Cada uno de los escalares en la solución puede ser dualizado a (D – 1) formas con densidad de campo constante. Ambas formulaciones han resultado muy útiles para construir agujeros negros planos con pelo en AdS, esto con diversos contenidos de materia, lo cual es de gran importancia en el contexto de la correspondencia AdS/CFT, y en particular, en las aplicaciones en materia condensada que de allí se pueden extraer [15, 16].

La entropía es dada por la ley del área, es decir

$$s = \frac{S}{V} = \frac{r_+^{d-2}\sigma}{4} = 4\pi r_+^{d-2}\sigma \tag{12}$$

donde σ es el volumen unitario de $\Omega_{d-2,y}$, V es el volumen de la direcciones extendidas y r+ es la mayor raíz de la ecuación 0 = F (r+) := −gtt. La temperatura T, puede ser obtenida como es usual desde el periodo del tiempo Euclideo que provee una sección regular para la continuación t → it. Esto implica

$$T = \frac{f'(r_+)}{4\pi} = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{(d-3)}{r_+} - \frac{2\Lambda}{d+p-2}r_+\right) \tag{13}$$

Debido a que no hay carga asociada a los campos escalares libres en esta familia de soluciones, la masa M o la densidad de energía, m = M/V, puede ser directamente obtenida desde la primera ley de la mecánica de agujeros negros, es decir, dm = Tds. Así,

$$m = \sigma (d-2) r_+^{d-3}\left(1 - \frac{2\Lambda}{(d-1)(d+p-2)}r_+^2\right) \tag{14}$$

Para finalizar mencionemos que las cuerdas negras sufren de la inestabilidad de Gregory-Laflamme [17], es decir, inestabilidad perturbativa de larga longitud de onda desencadenada por un modo que viaja a lo largo de las direcciones extendidas. Este tipo de inestabilidad va más allá de la relatividad general y aparece también en soluciones de cuerda negra en otras teorías, como teorías con curvatura alta [18–22]. Simulaciones numéricas muestran que en cinco dimensiones la mencionada inestabilidad lleva a la formación de singularidades desnudas [23, 24], mientras que argumentos termodinámicos indican que para dimensiones mayores que trece el estado final de la inestabilidad podría ser una cuerda negra inhomogénea [25]. Esto último ha sido recientemente confirmado en el límite en que el número de dimensiones tiende a infinito [26]. Parece ser que cuerdas negras pequeñas sufren de la inestabilidad de Gregory-Laflamme. La estabilidad de nuestras soluciones va más allá del contenido de este reporte y es sujeto de estudio. Esperamos reportar sobre este punto en futuras publicaciones.

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos a Gaston Giribet por sus comentarios. El trabajo de A.C. es financiado por Proyecto FONDECYT No3150157 y Proyecto In- terno Ucen I+D-2016, CIP2016. Apreciamos la hospi- talidad y el soporte del Programa de Asociados del In- ternational Center for Theoretical Physics, ICTP, donde parte de este trabajo fue desarrollado.

* *adolfo.cisterna@ucentral.cl*
† *julioolivazapata@gmail.com*

BIBLIOGRAFÍA

[1] G. T. Horowitz, "Black holes in higher dimensions,", Cambridge University Press; 1 edition (May 28, 2012).

[2] R. Emparan and H. S. Reall, Phys. Rev. Lett. 88, 101101 (2002) doi:10.1103/PhysRevLett.88.101101 [hep- th/0110260].

[3] A. A. Pomeransky and R. A. Sen'kov, hep-th/0612005.

[4] R. C. Myers and M. J. Perry, Annals Phys. 172, 304 (1986). doi:10.1016/0003-4916(86)90186-7

[5] S. W. Hawking, Commun. Math. Phys. 25, 152 (1972). doi:10.1007/BF01877517

[6] K. Copsey and G. T. Horowitz, JHEP 0606, 021 (2006) doi:10.1088/1126-6708/2006/06/021 [hep-th/0602003].

[7] R. B. Mann, E. Radu and C. Stelea, JHEP 0609, 073 (2006) doi:10.1088/1126-6708/2006/09/073 [hep- th/0604205].

[8] A. Bernamonti, M. M. Caldarelli, D. Klemm, R. Olea, C. Sieg and E. Zorzan, JHEP 0801, 061 (2008) doi:10.1088/1126-6708/2008/01/061 [arXiv:0708.2402 [hep-th]].

[9] S. W. Hawking, C. J. Hunter and M. Taylor, Phys. Rev. D 59, 064005 (1999) doi:10.1103/PhysRevD.59.064005 [hep-th/9811056].

[10] G. W. Gibbons, H. Lu, D. N. Page and C. N. Pope, J. Geom. Phys. 53, 49 (2005) doi: 10.1016/j.geomphys.2004.05.001 [hep-th/0404008].

[11] G. W. Gibbons, H. Lu, D. N. Page and C. N. Pope, Phys. Rev. Lett. 93, 171102 (2004) doi:10.1103/PhysRevLett.93.171102 [hep-th/0409155].

[12] S. L. Liebling and C. Palenzuela, Living Rev. Rel. 15, 6 (2012) doi:10.12942/lrr-2012-6 [arXiv:1202.5809 [gr-qc]].

[13] F. Canfora and H. Maeda, Phys. Rev. D 87, no. 8, 084049 (2013) doi:10.1103/PhysRevD.87.084049

[14] C. A. R. Herdeiro and E. Radu, Phys. Rev. Lett. 112, 221101 (2014) doi:10.1103/PhysRevLett.112.221101 [arXiv:1403.2757 [gr-qc]].

[15] Y. Bardoux, M. M. Caldarelli and C. Charmousis, JHEP 1209, 008 (2012) doi:10.1007/JHEP09(2012)008 [arXiv:1205.4025 [hepth]].

[16] T. Andrade and B. Withers, JHEP 1405, 101 (2014) doi:10.1007/JHEP05(2014)101 [arXiv:1311.5157 [hepth]].

[17] R. Gregory and R. Laflamme, Phys. Rev. Lett. 70, 2837 (1993) doi:10.1103/PhysRevLett.70.2837 [hepth/9301052].

[18] Y. Brihaye, T. Delsate and E. Radu, JHEP 1007, 022 (2010) doi:10.1007/JHEP07(2010)022 [arXiv:1004.2164 [hep-th]].

[19] Y. Brihaye, T. Delsate and E. Radu, Phys. Lett. B 662, 264 (2008) doi: 10.1016/j.physletb.2008.03.008 [arXiv:0710.4034 [hep-th]].

[20] A. Giacomini, J. Oliva and A. Vera, Phys. Rev. D 91, no. 10, 104033 (2015) doi:10.1103/PhysRevD.91.104033 [arXiv:1503.03696 [hep-th]].

[21] A. Giacomini, C. Henr ́ıquez-Ba ́ez, M. Lagos, J. Oliva and A. Vera, Phys. Rev. D 93, no. 10, 104005 (2016) doi:10.1103/PhysRevD.93.104005 [arXiv:1603.02670 [hep-th]].

[22] B. Chen, P. C. Li and C. Y. Zhang, arXiv:1707.09766 [hep-th].

[23] M. W. Choptuik, L. Lehner, I. Olabarrieta, R. Petryk, F. Pretorius and H. Villegas, Phys. Rev. D 68, 044001 (2003) doi:10.1103/PhysRevD.68.044001 [gr- qc/0304085].

[24] L. Lehner and F. Pretorius, Phys. Rev. Lett. 105, 101102 (2010) doi:10.1103/PhysRevLett.105.101102 [arXiv:1006.5960 [hep-th]].

[25] E. Sorkin, Phys. Rev. Lett. 93, 031601 (2004) doi:10.1103/PhysRevLett.93.031601 [hep-th/0402216].

[26] R. Emparan, R. Suzuki and K. Tanabe, Phys. Rev. Lett. 115, no. 9, 091102 (2015) doi:10.1103/PhysRevLett.115.091102 [arXiv:1506.06772 [hep-th]].

[27] J. M. Maldacena, Int. J. Theor. Phys. 38, 1113 (1999) [Adv. Theor. Math. Phys. 2, 231 (1998)] doi:10.1023/A:1026654312961 [hep-th/9711200].

[28] E. Witten, Adv. Theor. Math. Phys. 2, 253 (1998) [hep- th/9802150].