

APLICACIONES DE LA **VARIANZA DE ESTIMACIÓN** EN GEOESTADÍSTICA

Rolando Carrasco, Escuela de Minería y Recursos Naturales





INTRODUCCIÓN

En términos generales se define a la Geoestadística como el estudio estadístico de fenómenos naturales, los cuales se caracterizan por la distribución en el espacio de las denominadas variables regionalizadas. Su desarrollo conceptual y formulación matemática se debe al profesor George Matheron de la Escuela Nacional Superior de Minas de Paris, Francia (1).

Un ejemplo de variable regionalizada que encontramos en la naturaleza, son las leyes de mineral en un yacimiento minero, tales como leyes de cobre, oro, plata, etc. Otro ejemplo es la densidad de árboles medido en una región boscosa, o la temperatura del mar, entre muchos otros.

El objetivo de este artículo no es presentar la formulación matemática de sus conceptos en forma rigurosa, sino más bien mostrar algunos ejemplos de sus aplicaciones, en particular el de la varianza de estimación.

En forma previa a definir la varianza de estimación, es necesario introducir el concepto de variograma, que es una herramienta base para el estudio de la distribución de una variable regionalizada en las distintas direcciones en el espacio, y que se define por la expresión:

$$\gamma(\bar{h}) = \frac{1}{2} E \left[\left(Z(x + \bar{h}) - Z(\bar{x}) \right)^2 \right]$$

En donde $Z(x)$ es el valor de la variable en el punto x y $Z(x+h)$ es el valor que toma esta variable en el punto $x+h$.

En la práctica esta función se calcula como el promedio de las diferencias de los valores de la variable en estudio, separadas a una distancia h , para una dirección dada en el espacio, y representa el mayor o menor grado de regularidad de la variable en el espacio.

De esta forma se puede obtener una representación gráfica del variograma y ajustarle un modelo de tipo teórico, tal como se muestra en la *figura 1*:

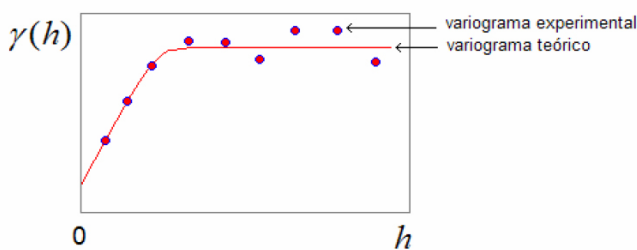


FIGURA 1

Variograma experimental y modelo teórico ajustado

LA VARIANZA DE ESTIMACIÓN

Se define el error de estimación como la diferencia entre un valor \hat{z}_V estimado y el valor verdadero z_V de una variable regionalizada:

$$\varepsilon = \hat{z}_V - z_V$$

En donde el valor estimado se calcula como una combinación lineal de los datos conocidos:

$$\hat{z}_V = \alpha_1 z(x_1) + \alpha_2 z(x_2) + \dots + \alpha_N z(x_N)$$

Y donde $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_N = 1$ (condición de estimador insesgado)

Conforme a las definiciones anteriores, se demuestra que la varianza de estimación se puede expresar mediante la siguiente fórmula:

$$\sigma_E^2 = 2 \sum_{i=1}^N \alpha_i \frac{1}{V} \int_V \gamma(x_i, x) dx - \frac{1}{V^2} \iint_V \gamma(x, y) dx dy - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i \alpha_j \gamma(x_i, x_j)$$

De esta expresión se observa que σ_E^2 depende de:

- N es decir, el número de datos
- x_i es decir, las coordenadas de los datos
- V es decir, la geometría y el tamaño del bloque o zona V
- el variograma $\gamma(h)$ es decir, de la regularidad o irregularidad de las leyes
- los ponderadores α_i , es decir, del método de estimación

De acuerdo a estas propiedades de la varianza de estimación, se infieren algunas aplicaciones en la minería que se señalan a continuación.

APLICACIONES DE LA VARIANZA DE ESTIMACIÓN A CASOS PRÁCTICOS EN MINERÍA

Rolando Carrasco, Escuela de Minería y Recursos Naturales.

Ingeniero Civil en Minas, Universidad de Chile
DEA, Escuela Nacional Superior de Minas de Paris, Francia.

A.-Varianza de Krigeado

En términos mineros, el krigeado consiste en encontrar la mejor estimación lineal insesgada de la ley de un bloque o de un volumen V, considerando la información disponible. En otras palabras, se trata de resolver un sistema de ecuaciones mediante el cual se determinan los ponderadores α_i , cuando se estima el valor de una variable como una combinación lineal del tipo $ZV = \sum \alpha_i z(x_i)$, y lo que es más importante bajo la condición que la varianza de estimación σ_E^2 sea mínima (método de Lagrange).

Este es el principal método de la Geoestadística para asignar valores de leyes a bloques de volumen V a partir de un set de datos conocidos, como por ejemplo los sondeos de reconocimiento minero.

En la siguiente *figura 2* se presenta la distribución de leyes de cobre estimadas por Krigeado, en un modelo de bloques.

B.- Plan de reconocimiento por sondeos mineros

Cuando se realiza una campaña de sondeos para el reconocimiento del potencial de un yacimiento minero, el cálculo de la varianza de estimación - aplicado en forma global - nos indica en qué lugares se deben realizar nuevos sondeos, de modo de cumplir con las expectativas mínimas exigidas para esta varianza de estimación. A medida que se materializan más sondeos y en lugares elegidos, la varianza de estimación disminuye. En la *figura* siguiente se presentan alternativas de sondeos ubicados en los puntos X_i , para estimar la ley del volumen V con un error asociado a dicha distribución.

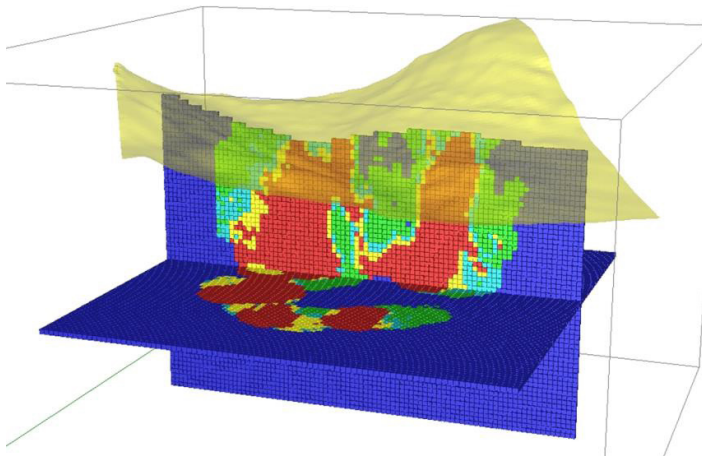


FIGURA 2

Distribución de leyes de cobre estimadas por kriging.

C.- Cálculo del error de estimación de planes mineros

Este método se basa en calcular, la varianza del error de la ley media del conjunto V , unión de n bloques (figura 4), en que cada bloque ha sido krigiado:

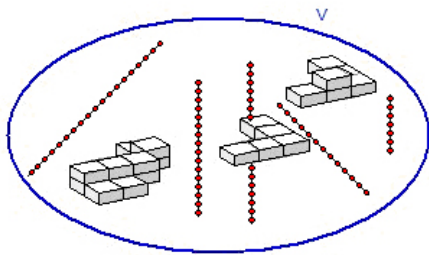


FIGURA 4

Compósitos y bloques.

Luego, el estimador de la ley media de la zona V (que es el conjunto de todos los bloques que se extraerán mediante el plan minero para un periodo dado) corresponde a una combinación lineal de las leyes de los datos. Por consiguiente se puede aplicar la fórmula clásica, fundamental de la geoestadística, para calcular la varianza del error de estimación a nivel global, tanto de la ley media como del volumen total a extraer.

De este modo, podemos afirmar, con una buena confianza, que el error de estimación es del orden de $\pm 2\sigma$ con un 95% de confianza, lo que es altamente atractivo a la hora de evaluar económicamente distintos planes mineros.

COMENTARIOS FINALES

Como hemos visto, la Geoestadística es una herramienta potente en el área de estimación de recursos mineros y su aplicación ha sido integrada a diferentes softwares que se encuentran en el mercado. El beneficio es que nos permite cuantificar el grado de exactitud con el que estamos evaluando los recursos mineros y por lo tanto saber en qué rangos de leyes, tonelajes y contenido de metal fino nos estamos moviendo en la industria minera.

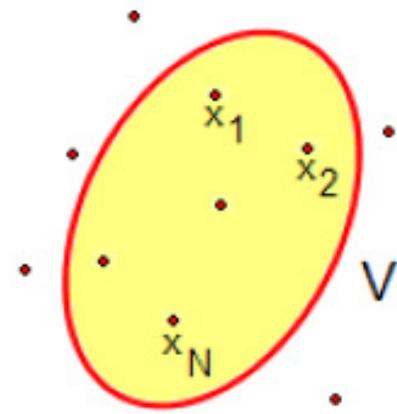


FIGURA 3

Definición de malla de sondajes para estimar la ley en V .

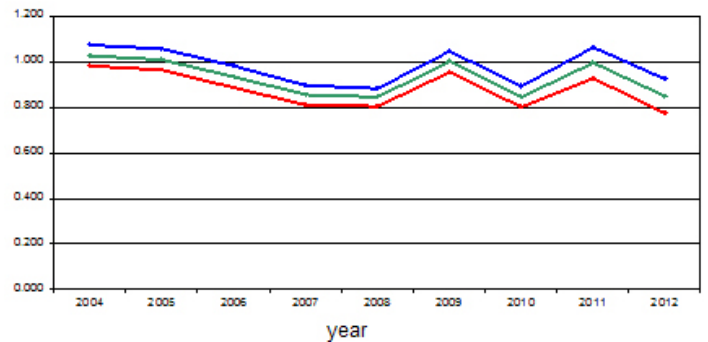


FIGURA 5

Error de la ley media por año de la producción de un yacimiento.

Estos métodos pueden ser una herramienta de apoyo en la evaluación de proyectos, analizando la variabilidad esperada del flujo económico y de la rentabilidad, utilizando el método de Montecarlo.

(1) G. Matheron: *La Teoría de las Variables Regionalizadas y sus Aplicaciones*. Traducción al español por M. Alfaro, Escuela Nacional Superior de Minas de París (ENSMP), 2005.

(2) R. Carrasco, M. Alfaro: *Clasificación de Reservas Mineras*, Terceras Jornadas Argentinas de Ingeniería de Minas, San Juan, 1986.

(3) R. Carrasco: *Selección de una Malla de Sondajes en Función de la Ley de Corte de Mineral*. 40 Convención del Inst. de Ing. de Minas de Chile. Vol.1. Oct. 1989, Antofagasta.

(4) M. Alfaro: *Calcul de l'erreur des plans miniers*. Journées de Géostatistique. ENSMP, París, 2005.