

# CUERDA NEGRA

## DE REISSNER - NORDSTROM

Adolfo Cisternas

Doctor en Física

Las cuerdas negras son, en principio, objetos compactos extra dimensionales con horizontes de evento extendidos, cuya existencia representa un contra ejemplo explícito a los teoremas de unicidad y topológicos cuando la teoría de la Relatividad General (RG) es extendida a más dimensiones. Es un hecho conocido que el espectro de soluciones en RG crece cuando la teoría es generalizada desde su versión en cuatro dimensiones a dimensiones más altas [1, 2]. En efecto, en su versión cuatridimensional la teoría RG satisface teoremas de unicidad [3–5] los cuales establecen que todas las soluciones agujero negro de la teoría pertenecen a la familia de Kerry-Newman [6, 7]. Más aún teoremas topológicos restringen la forma de la topología del horizonte a topologías esféricas [8]. De esta manera, el espectro de soluciones está limitado no sólo de forma cuantitativa, sino también cualitativamente, sellando el estado final del colapso gravitacional de un agujero negro como una configuración descrita solo por un conjunto acotado y bien definido de parámetros [9].

Por otro lado, es sabido que gravedad en más dimensiones admite espacios tiempos con horizontes que pueden tener topologías más generales que la de la  $(d - 2)$ -hiperesfera [1, 2], siendo la existencia de la cuerda negra, un agujero negro con horizonte  $S(d-2) \times R$ , el más simple contra ejemplo a los teoremas de unicidad [3–5] debido a su coexistencia con el agujero negro de Schwarzschild- Tangherlini [10]. Las cuerdas negras, además, pavimentan el camino para la construcción de soluciones asintóticamente planas más sofisticadas con topología no esférica como es el caso del anillo negro [11] y diversos objetos compactos [2] demostrando como las restricciones topológicas pierden fuerza en dimensiones más altas.

Las cuerdas negras en RG son triviales de construir, en efecto, ellas son obtenidas a partir de la simple oxidación del agujero negro de Schwarzschild en dimensión  $d$  a través de la inclusión de  $p$  coordenadas planas extra. A pesar de esta banalidad evidente del proceso de oxidación, no resulta una tarea complicada encontrar escenarios simples en los cuales esta construcción fracasa. La mera consideración de una constante cosmológica prohíbe la existencia de cuerdas negras debido al hecho de que las ecuaciones de movimiento en las coordenadas planas no son compatibles con las ecuaciones de movimientos sobre la brana, forzando inevitablemente la constante cosmológica a anularse. Una situación similar se produce cuando uno considera campos electromagnéticos u otros campos de materia.

Recientemente en [12] se ha desarrollado por primera vez un método para construir cuerdas negras homogéneas en presencia de una constante cosmológica no trivial. El método consiste en cubrir las coordenadas extras con campos escalares que dependen solo de ellas. Debido a la geometría de las soluciones tipo cuerda negra y a esta dependencia, los campos poseen una dependencia lineal en las coordenadas extras, digamos  $\psi_i = \lambda x_i$ , donde  $\lambda$  es una constante de integración. Este tipo de campos son usados frecuentemente en algunos modelos holográficos de superconductores y poseen gran aplicación en diversos contextos de la conjetura AdS/CFT [13, 14]. Para el caso de RG basta con considerar campos escalares con acoplamientos mínimos, sin embargo, cuando se consideran teorías más generales como el caso de la teoría de Lovelock [15, 16] hemos demostrado que el método requiere de campos con acoplamientos cinéticos nonmi-

nimales a través de tensores de curvatura, en particular, a través del tensor de Lovelock asociado a la dimensión del espacio sobre el cual se está trabajando [17]. Como ejemplo gráfico del método consideremos un agujero negro de Schwarzschild en dimensión 4 que es llevado a una cuerda negra en dimensión 7:

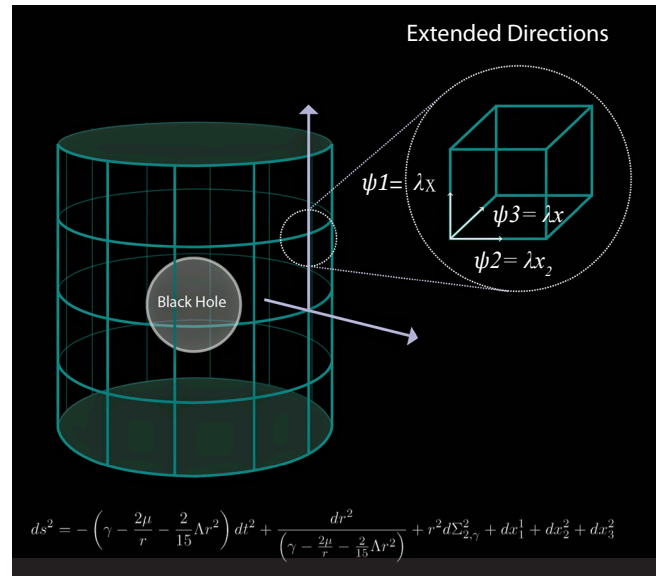


Figura 1

Schwarzschild AdS

La figura representa un agujero negro de Schwarzschild en presencia de una constante cosmológica sobre el cual se agregan tres coordenadas planas extra. En cada una de estas coordenadas vive un campo escalar que depende linealmente de cada una de las coordenadas correspondientes.

Como resultado de obtiene una cuerda negra o una 3-brana negra homogénea en un espacio anti-de Sitter. Como ya fue mostrado en [12] la inclusión de estos campos escalares permite que las ecuaciones de movimiento sean consistentes, estableciendo para ello una relación entre la constante de integración  $\lambda$ , la constante cosmológica  $\Lambda$ , la dimensión del espacio donde vive el agujero negro  $d$  y el número de coordenadas extras que se le agregó  $p$ , donde la dimensión completa de la solución ser obviamente  $D = d + p$ .

### CUERDA NEGRA DE REISSNER-NORDSTROM

En la presente carta pretendo mostrar cómo utilizar el método para encontrar una solución tipo cuerda negra para el agujero negro estático cargado, es decir, para la solución de Reissner-Nordstrom. Como sabemos la solución mencionada pertenece a la siguiente teoría:

$$S[g_{\mu\nu}, A_\mu] = \int \left( R - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \right) \sqrt{-g} d^D x \quad (1)$$

donde por simplicidad hemos elegido unidades tales que las constantes fundamentales valen la unidad. Es sencillo demostrar que la compatibilidad de las ecuaciones de movimiento que de

relación que podría ser satisfecha por soluciones dyonicas bajo algunas elecciones particulares. Sin embargo, la simple oxidación de la solución de Reissner-Nordstrom queda descartada por esta

esta teoría se desprenden obligan a considerar soluciones que satisfagan:

$$F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} = 0 \quad (2)$$

restricción. Para solucionar el problema incluiremos el siguiente término:

$$S_{matter}[\psi_i, A_\mu] = \sum_{i=1}^p \alpha \int \partial_\mu \psi_i \partial^\mu \psi_i F_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} \sqrt{-g} d^D x \quad (3)$$

donde  $\alpha$  representa el acople entre los campo escalar  $\psi_i$  y el campo de gauge  $A_\mu$ . Este acoplamiento, inspirado en una generalización de [12] permite la obtención de una cuerda negra en dimensión

$D = d + p$  basada en el agujero de Reissner-Nordstrom. Las ecuaciones de movimiento de la teoría completa toman la forma

$$G_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \left( F_{\mu\alpha} F_\nu^\alpha - \frac{1}{8} g_{\mu\nu} F_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} \right) - \alpha \left( \frac{1}{2} (\partial\psi_i)^2 F^2 - \partial_\mu \psi_i \partial_\nu \psi_i F^2 - 2(\partial\psi_i)^2 F_{\mu\alpha} F_\nu^\alpha \right) \quad (4)$$

Si consideramos estas ecuaciones proyectadas sobre las  $d$  coordenadas de la brana y les tomamos su traza y el mismo tiempo consideramos estas ecuaciones proyectadas en las  $p$  coordenadas extendidas obtenemos:

$$R \left( 1 - \frac{d}{2} \right) = \frac{1}{2} F^2 \left( 1 - \frac{d}{4} \right) - \alpha \left( \frac{d}{2} - 2 \right) p \lambda^2 F^2 \quad (5)$$

$$R = \frac{1}{4} F^2 + 2\alpha \left( \frac{p}{2} - 1 \right) \lambda^2 F^2$$

ecuaciones que serán consistentes bajo:

$$\lambda^2 = \frac{1}{4\alpha(d-2-p)} \quad (6)$$

Como ejemplo la solución en  $D = 4 + 1$  tiene la forma:

$$ds^2 = - \left( 1 + \frac{2M}{r} + \frac{Q^2}{2r^2} \right) dt^2 + \frac{dr^2}{\left( 1 + \frac{2M}{r} + \frac{Q^2}{2r^2} \right)} + r^2 (d\theta^2 + \sin(\theta)^2 d\phi^2) + dz^2 \quad (7)$$

$$A_t = \frac{Q}{r} \quad (8)$$

donde observamos que se tiene un potencial Coulombiano y que la restricción  $F^2 = 0$  ha sido superada sin la necesidad de incluir campos dyonicos.

## DISCUSIÓN

En la presente carta, hemos mostrado una forma de generalizar el resultado obtenido en [12] para poder construir cuerdas negras con campos de materia, en particular, con campos electro-magnéticos. Hemos obtenido explícitamente la extensión del agujero negro de Reissner-Nordstrom en cuatro dimensiones a una cuerda negra que existe en dimensión 5. Las ideas acá planteadas permiten generalizar agujeros negros con campos de materia más generales a extensiones tipo cuerdas negras o p-branas negras haciendo uso de un acoplamiento entre los escalares que viven en las coordenadas extras y los campos de materia a considerar. Tales soluciones, están en proceso de publicación de la misma forma en que el tratamiento general de las ideas discutidas en la presente carta lo están. Los resultados acá descritos son sólo de uso académico y no se les pretende dar estatus de publicación científica revisada por pares.

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] N. A. Obers, *Proceedings, 4th Aegean Summer School: Black Holes: Mytilene, Island of Lesbos, Greece, September 17-22, 2007, Lect. Notes Phys.* 769, 211 (2009), arXiv:0802.0519 [hep-th].
- [2] G. T. Horowitz, ed., *Black holes in higher dimensions* (Cambridge Univ. Pr., Cambridge, UK, 2012).
- [3] B. Carter, *Phys. Rev. Lett.* 26, 331 (1971).
- [4] W. Israel, *Commun. Math. Phys.* 8, 245 (1968).
- [5] R. M. Wald, *Phys. Rev. Lett.* 26, 1653 (1971).
- [6] R. P. Kerr, *Phys. Rev. Lett.* 11, 237 (1963).
- [7] G. C. Debney, R. P. Kerr and A. Schild, *J. Math. Phys.* 10, 1842 (1969).
- [8] J. L. Friedman, K. Schleich, and D. M. Witt, *Phys. Rev. Lett.* 71, 1486 (1993), [Erratum: *Phys. Rev. Lett.* 75, 1872 (1995)]
- [9] R. Ruffini and J. A. Wheeler, *Phys. Today* 24, no. 1, 30 (1971).
- [10] F. R. Tangherlini, *Nuovo Cim.* 27, 636 (1963).
- [11] R. Emparan and H. S. Reall, *Phys. Rev. Lett.* 88, 101101 (2002), arXiv:hep-th/0110260 [hep-th].
- [12] A. Cisterna and J. Oliva, *Class. Quant. Grav.* 35, no. 3, 035012 (2018)
- [13] T. Andrade and B. Withers, *JHEP* 1405, 101 (2014).
- [14] J. M. Maldacena, *Int. J. Theor. Phys.* 38, 1113 (1999) [Adv. Theor. Math. Phys. 2, 231 (1998)] doi:10.1023/A:1026654312961,10.4310/ATMP.1998.v2.n2.a1 [hep-th/9711200].
- [15] D. Lovelock, *The Einstein tensor and its generalizations*, *J. Math. Phys.* 12 (1971) 498.
- [16] D. Lovelock, *The four-dimensionality of space and the einstein tensor*, *J. Math. Phys.* 13 (1972) 874.
- [17] A. Cisterna, S. Fuenzalida, M. Lagos and J. Oliva, arXiv:1810.02798 [hep-th].