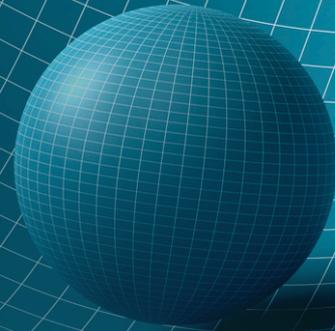


# COSMOLOGÍA

## EN UNA TEORÍA DE GRAVEDAD CÚBICA Y SU EXTENSIÓN $f(P)$

La teoría de la relatividad general de Einstein es modificada con la adición de términos geométricos para generar modelos cosmológicos que sean consistentes con las observaciones actuales.

- **Cristián Erices**  
Doctor en Ciencias Físicas
- **Eleftherios Papantonopoulos**  
Doctor en Ciencias Físicas
- **Emmanuel N. Saridakis**  
Doctor en Ciencias Físicas



En este artículo se presenta una teoría de gravedad modificada y sus aplicaciones cosmológicas. Su principal característica radica en la modificación de la teoría de gravedad de Einstein a través de la adición de términos geométricos en su acción. Esta cantidad es una cantidad física que determina la evolución temporal de cualquier sistema físico. Es razonable considerar que, si tales modificaciones son posibles, estas preservan las propiedades más nobles de la Relatividad General. En consecuencia, construir esta teoría requiere que esta posea los mismos grados de libertad propagantes. Igualmente, que sus ecuaciones de movimiento sean de segundo orden en sus derivadas temporales. Finalmente, se extiende la teoría donde la modificación es una función arbitraria de estos términos cúbicos. Se muestra que ambas teorías reproducen un periodo inflacionario y la historia termal del Universo en consistencia con las observaciones astronómicas.

### Introducción

La Relatividad General (RG) en cuatro dimensiones, como fue originalmente concebida, es indudablemente una teoría basada en bases matemáticas y físicas muy sólidas. La reciente detección simultánea de ondas gravitacionales y rayos gamma [1,2,3], provenientes del colapso de un sistema binario de estrellas de neutrones que confirmó su propagación lumínica, junto con la primera imagen de la “sombra” de un agujero negro supermasivo en la galaxia M87 presentada por la colaboración internacional del Telescopio Event Horizon [4,5], han reafirmado a la RG como la teoría más exitosa que describe a la interacción gravitacional, sustentada además por observaciones en escalas de longitud a nivel del sistema solar [6,7] por alrededor de cien años.

Sin embargo, a pesar del gran éxito de esta teoría, aún existen ciertas interrogantes que la RG no puede responder adecuadamente. Observaciones astronómicas recientes, han llevado a físicos y astrónomos a aceptar con resignación que alrededor del 95% del contenido del Universo lo constituye algo muy distinto de lo que observamos normalmente. Componente que solo interactúa gravitacionalmente y de manera muy débil con la materia de la que estamos hechos y por tanto no podemos ver ni medir en forma directa.

Todo lo que vemos, los átomos que componen desde las estrellas hasta nuestros cuerpos, la luz, toda radiación electromagnética, incluso las partículas detectadas en sofisticados laboratorios y aceleradores de partículas, todo esto representa solo el 5% del contenido energético del Universo. El resto está constituido aproximadamente por un 26% de “materia oscura” y un 69% de “energía oscura” [8].

Los primeros indicios de materia oscura se remontan a comienzos de la década de 1930, cuando se descubrió un movimiento anómalo de las galaxias y estrellas dentro de ellas, las que se desplazan bajo la fuerza de una gravedad producida por una cantidad mucho mayor de materia que la que observamos.

En 1998 observaciones astronómicas de supernovas tipo 1 a en diversas galaxias mostraron que el universo se está expandiendo aceleradamente [9,10]. Una extraña forma de energía es responsable de este fenómeno. En alusión a este carácter de mano invisible que empuja a las galaxias en dirección contraria a la esperada, se la llama energía oscura.

La denominada constante cosmológica introducida por Einstein en sus ecuaciones y considerada por él mismo uno de sus más grandes errores, es la cantidad que resultó ser fenomenológicamente adecuada para la descripción de la energía oscura. Sin embargo, no estuvo exenta de contratiempos. Por otro lado, observaciones recientes dan cuenta de un valor muy pequeño para esta constante en conflicto con las estimadas teóricamente. Estas últimas consideraciones pueden ser la indicación de una nueva teoría de gravedad más allá de RG.

Por estas razones existen teorías que modifican a la RG [11]. Poco después de la formulación de RG se desarrollaron las primeras teorías modificadas y aún se siguen elaborando teorías con el fin de resolver estos problemas. Sin embargo, hay una clase de teorías de particular y reciente interés.

Las teorías de gravedad de orden mayor han sido introducidas en el marco general de las teorías de gravedad modificadas, con el objetivo de describir de manera uniforme la historia del Universo, buscando describir el periodo inflacionario (“el inicio del Universo”),

su aceleración tardía, la presencia de materia oscura y a su vez ser consistente con las observaciones astronómicas [11,12]. Una motivación más teórica en el estudio de correcciones de orden mayor a los términos de Einstein-Hilbert es que estas teorías emergen naturalmente en la acción gravitacional efectiva de una Teoría de Cuerdas completa [13] dando paso a una teoría renormalizable y por tanto cuantizable de gravedad [14]. Adicionalmente, bajo tales consideraciones uno puede construir teorías que poseen a RG como un límite particular [15].

### Gravedad cúbica y $f(P)$

Una clase de teoría modificada basada en invariantes de curvatura de alto orden ha sido recientemente construida en [16] considerando contracciones cúbicas del tensor de Riemann. Esta teoría, llamada Gravedad de Einstein Cúbica (GEC), posee condiciones básicas saludables (no patológicas) provenientes de términos no topológicos (no triviales) en su acción. Concretamente, la teoría GEC está basada en tres condiciones físicas saludables para cualquier teoría de gravedad: (i) la teoría posee un espectro idéntico al de RG, es decir, las ecuaciones de movimiento linealizadas sobre un espacio maximalmente simétrico, son las de un gravitón sin masa con dos grados de libertad, tal como ocurre en RG; (ii) no es topológica ni trivial en cuatro dimensiones, por tanto las ecuaciones de campo difieren de las de RG por términos provenientes de los cúbicos introducidos en la acción; y (iii) es definida independiente de las dimensiones. Como resultado, los modelos cosmológicos en esta teoría describen un periodo inflacionario netamente geométrico [17]. Sin embargo, las ecuaciones de movimiento para un modelo cosmológico podrían presentar algunas desventajas. Por ejemplo, los términos de alto orden pueden conducir a la aparición de derivadas temporales mayores a dos en las ecuaciones de campo, lo cual podría eventualmente conducir a un sistema inestable o físicamente patológico. Aunque esto no significa necesariamente que la teoría presenta inestabilidades y patologías, puesto que estas derivadas pueden ser solamente una manifestación de grados de libertad adicionales no patológicos (esto puede ser mostrado a través de un análisis Hamiltoniano), mantener las ecuaciones de segundo orden es una característica deseable puesto que con esto se evita ese problema. Para esto nos inspiramos en GEC para obtener una clase especial de teoría cúbica.

Inspirados en la teoría GEC, obtenemos una teoría modificada que comparte todas las buenas propiedades de la gravedad cúbica en cuatro dimensiones. Los términos adicionales están contenidos en

un invariante al cual denominamos  $P$ , y al igual que en la teoría GEC, estos están contruidos por contracciones cúbicas del tensor de Riemann. Posteriormente, consideramos una acción con correcciones a la de Einstein-Hilbert, constituido por una función arbitraria  $f(P)$ . Esto significa una ventaja notable sobre los modelos cosmológicos estudiados en GEC, puesto que admite soluciones inflacionarias, tipo de Sitter, durante el periodo temprano del Universo y reproduce el comienzo de la aceleración tardía y evolución de las densidades en consistencia con las observaciones, incluso cuando la constante cosmológica es nula.

Como mencionamos, el punto de partida de esta clase de gravedad cúbica es la teoría GEC. Sin embargo, debido a que consideraremos un espacio-tiempo cuatridimensional, la condición (iii) de GEC descrita en la sección anterior es prescindible. Esta libertad puede ser utilizada a favor para obtener ecuaciones de segundo orden en las derivadas. Por lo tanto, las propiedades de la teoría resultante son tales que: (I) posee un espectro idéntico al de RG, es decir, la perturbación de la métrica sobre un espacio maximalmente simétrico de fondo, propaga un gravitón sin masa; (II) no es topológica ni trivial en cuatro dimensiones y (III) la teoría conduce a ecuaciones de campo de segundo orden en sus derivadas.

Tal como se mencionó, concentrémonos en un espacio-tiempo en cuatro dimensiones. En tal caso, un término cúbico no topológico, al cual llamaremos  $P$ , sería:

$$P = \beta_1 R_{\mu}^{\rho} R_{\nu}^{\sigma} R_{\rho}^{\gamma} R_{\sigma}^{\delta} R_{\gamma}^{\mu} R_{\delta}^{\nu} + \beta_2 R_{\mu\nu}^{\rho\sigma} R_{\rho\sigma}^{\mu\nu} + \beta_3 R^{\sigma\gamma} R_{\mu\nu\rho\sigma} R^{\mu\nu\rho\gamma} + \beta_4 R R_{\mu\nu\rho\sigma} R^{\mu\nu\rho\sigma} + \beta_5 R_{\mu\nu\rho\sigma} R^{\mu\rho} R^{\nu\sigma} + \beta_6 R_{\mu}^{\nu} R_{\nu}^{\rho} R_{\rho}^{\mu} + \beta_7 R_{\mu\nu} R^{\mu\nu} R + \beta_8 R^3, \quad (1)$$

donde las constantes  $\beta_i$  corresponden a parámetros de acoplamiento. Es posible mostrar que la condición (i) es satisfecha si se imponen relaciones entre los parámetros [16] de la forma

$$\beta_7 = \frac{1}{12} (3\beta_1 - 24\beta_2 - 16\beta_3 - 48\beta_4 - 5\beta_5 - 9\beta_6),$$

$$\beta_8 = \frac{1}{72} (-6\beta_1 + 36\beta_2 + 22\beta_3 + 64\beta_4 + 3\beta_5 + 9\beta_6).$$

Ahora, uno puede usar  $P$  como una corrección a la acción de Einstein-Hilbert, y construir la acción para gravedad cúbica como

$$S = \int \sqrt{-g} d^4x \left[ \frac{1}{2\kappa} (R - 2\Lambda) + \alpha P \right], \quad (2)$$

con  $\alpha$  como parámetro de acoplamiento,  $\kappa = 8\pi G$  la constante de Newton, y donde también hemos permitido una constante cosmológica  $\Lambda$  por completitud. En principio, uno debiera considerar también correcciones cuadráticas, como el término de Gauss-Bonnet  $\mathcal{G} = R^2 - R_{\mu\nu} R^{\mu\nu} + R_{\mu\nu\rho\sigma} R^{\mu\nu\rho\sigma}$  que cumple con todas las condiciones mencionadas para cualquier dimensión. Sin embargo, este término es irrelevante, puesto que es un término topológico en cuatro dimensiones y no contribuye a las ecuaciones de movimiento. En consecuencia, puede ser excluido. Es por esta razón que la primera corrección de mayor grado en las curvaturas a la RG es de orden cúbico.

Para comprender las implicancias cosmológicas de la teoría, consideramos un Universo homogéneo e isotrópico descrito por una métrica (geometría) Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) dada por

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) \delta_{ij} dx^i dx^j,$$

donde el factor de escala es  $a(t)$ . Este factor es una función del tiempo, y por tanto si es creciente quiere decir que el Universo se está inflando. Si decrece, entonces se encoge. La cantidad  $ds^2$ , es denominada elemento de línea y es la cantidad que describe la geometría del espacio-tiempo. Es algo como la relación que establece el teorema de Pitágoras entre los lados de un triángulo rectángulo, pero ahora considerando el espacio y el tiempo curvados. Adicionalmente, como es usual en los modelos cosmológicos, consideramos que la materia visible del Universo es descrita por un fluido de densidad de energía  $\rho_m$  y presión  $p_m$ . Las ecuaciones de movimiento entonces, son ecuaciones que determinan la evolución del factor de escala y por tanto la evolución de la geometría del espacio-tiempo que describe al Universo. Estas ecuaciones fueron halladas por primera vez en 1922, siete años después del desarrollo de la RG, por el físico ruso Alexander Friedmann. En honor a él, las ecuaciones para la métrica FLRW en RG llevan su nombre, y en general, las de cualquier modelo cosmológico. En nuestro caso, las ecuaciones

de Friedmann obtienen una forma ligeramente distinta a la RG, debido a la introducción de los términos cúbicos en la acción. En este contexto, hemos probado que estas ecuaciones siguen siendo de segundo orden para el factor de escala si se satisface la siguiente relación entre los parámetros de acoplamiento

$$\beta_6 = 4\beta_2 + 2\beta_3 + 8\beta_4 + \beta_5.$$

No es necesario que el lector entienda las ecuaciones de movimiento, pero por completitud las exhibimos aquí para mostrar cómo nuestras ecuaciones de Friedmann de esta teoría contienen términos no triviales, que provienen de la modificación a la acción a través del término  $P$  presentado inicialmente. Estas son

$$3H^2 = \kappa(\rho_m + 6\alpha\tilde{\beta}H^6) + \Lambda, \quad (3)$$

$$3H^2 + 2\dot{H} = -\kappa[p_m - 6\alpha\tilde{\beta}H^4(H^2 + 2\dot{H})] + \Lambda, \quad (4)$$

donde  $\Lambda$  es la denominada constante cosmológica y  $H = \dot{a}/a$  el parámetro de Hubble. El punto sobre cada cantidad denota una derivada con respecto al tiempo y además utilizamos la redefinición

$$\tilde{\beta} \equiv -\beta_1 + 4\beta_2 + 2\beta_3 + 8\beta_4.$$

Si se considera que este parámetro es nulo, se obtienen las ecuaciones de Friedmann en RG. En otras palabras, el término que tiene  $\tilde{\beta}$  corresponde a una corrección o modificación de las ecuaciones de Friedmann en RG. Finalmente, notamos que en una geometría de FLRW, y bajo las relaciones entre los parámetros mencionadas, el invariante cúbico  $P$  adquiere la simple forma

$$P = 6\tilde{\beta}H^4(2H^2 + 3\dot{H}),$$

la cual incluye solamente derivadas de primer orden. Esto, consecuentemente significa que las ecuaciones de movimiento serán de segundo orden como era de esperarse.

Estas ecuaciones ahora pueden ser reescritas de manera más compacta como

$$3H^2 = \kappa(\rho_m + \rho_{\text{cub}}), \quad (5)$$

$$3H^2 + 2\dot{H} = -\kappa(p_m + p_{\text{cub}}), \quad (6)$$

donde

$$\rho_{\text{cub}} \equiv 6\beta H^6 + \frac{\Lambda}{\kappa}, \quad (7)$$

$$p_{\text{cub}} \equiv -6\beta H^4(H^2 + 2\dot{H}) - \frac{\Lambda}{\kappa}, \quad (8)$$

con un parámetro  $\beta$  redefinido como  $\beta \equiv \alpha\tilde{\beta}$ . De esta manera, observamos que, en esta clase de teoría cúbica, obtenemos un sector efectivo que incorpora los efectos de las modificaciones cúbicas de la acción. Es correcto señalar que tanto el sector efectivo como el de materia satisfacen una ley de conservación

$$\dot{\rho}_{\text{cub}} + 3H(\rho_{\text{cub}} + p_{\text{cub}}) = 0,$$

$$\dot{\rho}_m + 3H(\rho_m + p_m) = 0.$$

Es posible incluso extender la teoría construyendo lo que podría denominarse gravedad  $f(P)$ . En este escenario, la acción ahora está escrita como

$$S = \int \sqrt{-g}d^4x \left[ \frac{R}{2\kappa} + f(P) \right], \quad (9)$$

donde  $f(P)$  es una función arbitraria del invariante  $P$ . En este caso las ecuaciones de Friedmann toman la siguiente forma para una geometría FLRW

$$3H^2 = \kappa(\rho_m + \rho_{f_p}), \quad (10)$$

$$3H^2 + 2\dot{H} = -\kappa(p_m + p_{f_p}), \quad (11)$$

donde

$$\rho_{f_p} \equiv -f(P) - 18\tilde{\beta}H^4(H\partial_t - H^2 - \dot{H})f'(P), \quad (12)$$

$$p_{f_p} \equiv f(P) + 6\tilde{\beta}H^3[H\partial_t^2 + 2(H^2 + 2\dot{H})\partial_t - 3H^3 - 5H\dot{H}]f'(P), \quad (13)$$

con  $\partial_t$  y  $\partial_t^2$  denotando derivadas temporales de primer y segundo orden respectivamente. Estas cantidades  $\rho_{f_p}$  y  $p_{f_p}$  ahora representan el sector efectivo de la teoría en términos de densidad y presión para las ecuaciones de campo. Tanto el de materia como el efectivo también satisface una ley de conservación

$$\dot{\rho}_m + 3H(\rho_m + p_m) = 0,$$

$$\dot{\rho}_{f_p} + 3H(\rho_{f_p} + p_{f_p}) = 0.$$

Notemos que en el caso particular donde  $f(P) = \alpha P - \Lambda/\kappa$ , la gravedad  $f(P)$  recupera el simple caso de gravedad cúbica.

### Aplicaciones cosmológicas

Investigamos las aplicaciones cosmológicas de la gravedad cúbica y  $f(P)$  durante el periodo temprano y tardío del Universo. Durante el periodo temprano del Universo, como es usual, podemos despreciar el sector de materia. Estamos interesados en obtener una solución de Sitter, la cual es la base de la realización del periodo inflacionario. Consideremos primero la gravedad cúbica simple, en particular su primera ecuación de Friedmann (5) sin el término de materia. En este caso uno puede obtener fácilmente una solución de Sitter

$$H^2 = \frac{6^{1/3}\kappa\beta + \zeta^{2/3}}{-6^{2/3}\kappa\beta\zeta^{1/3}} = \text{const.},$$

donde  $\zeta = 3k^2\beta^2\Lambda + \sqrt{3}\sqrt{k^3\beta^3(3\kappa\beta\Lambda^2 - 2)}$ , siempre cuando  $\beta < 0$ . Cuando la constante cosmológica está ausente, obtenemos  $H^2 = (2\kappa\beta)^{-1/2}$  para  $\beta > 0$ . De manera similar, en el caso de la gravedad  $f(P)$ , es decir, en la ecuación de Friedmann (10) sin el sector de materia, podemos ver que también se obtiene una solución de Sitter

$$H^2 = \frac{\kappa}{3} [18\tilde{\beta}H^6 f'(P) - f(P)] = \text{const.}$$

donde  $\dot{H} = 0$ . Como observamos, en ambas teorías la solución de Sitter es conducida por una constante cosmológica efectiva que es construida puramente a partir de los términos cúbicos, incluso cuando la constante cosmológica está ausente. Esto quiere decir que los términos geométricos que modifican a la RG, pueden ju-

gar el rol de la constante cosmológica que usualmente se interpreta como energía oscura. Es por esta razón que se habla de una constante cosmológica efectiva.

Es igualmente importante estudiar la evolución durante el tiempo tardío del Universo. Primero examinamos la gravedad cúbica básica, concretamente la ecuación (2), donde la corrección en la acción de RG es solamente el término  $P$ . En este caso la corrección cúbica sustituye al sector de energía oscura efectivo, donde la densidad de energía y presión son

$$\begin{aligned}\rho_{DE} &\equiv \rho_{\text{cub}} \\ p_{DE} &\equiv p_{\text{cub}},\end{aligned}$$

con  $\rho_{\text{cub}}$  y  $p_{\text{cub}}$  dados respectivamente por (7) y (8), donde el parámetro efectivo de la ecuación de estado es

$$w_{DE} \equiv \frac{p_{DE}}{\rho_{DE}}. \quad (14)$$

Para continuar, definimos los parámetros de densidades  $\Omega_i \equiv \kappa \rho_i / (3H^2)$ , con  $i$  denotando la materia y la energía oscura (subíndice  $m$  y subíndice  $DE$  respectivamente). Finalmente, es conveniente introducir el parámetro de desaceleración  $q$ , el cual tiene la forma

$$q \equiv -1 - \frac{\dot{H}}{H^2} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}(w_m \Omega_m + w_{DE} \Omega_{DE}). \quad (15)$$

Debido a su complejidad, una buena estrategia para resolver las ecuaciones de Friedmann (5) y (6) es a través de métodos numéricos, usando el corrimiento al rojo  $z$  ("redshift") como variable independiente, definida como  $1+z=a_0/a$  con el valor del factor de escala en el presente  $a_0=1$ . Respecto a las condiciones iniciales, consideramos  $\Omega_{DE}(z=0) \equiv \Omega_{DE0} \approx 0.69$  y luego  $\Omega_m(z=0) \equiv \Omega_{m0} \approx 0.31$  como indican las observaciones recientes [8].

Adicionalmente, consideramos que el sector de materia es polvo, por lo cual  $w_m=0$ . En el gráfico superior de la Fig. 1 describimos  $\Omega_{DE}(z)$  y  $\Omega_m(z) = 1 - \Omega_{DE}(z)$ . En el gráfico intermedio presentamos el comportamiento de  $w_{DE}(z)$  dado por (14). Finalmente, en el gráfico inferior mostramos el parámetro de desaceleración que surge de la ecuación (15).

Del gráfico superior de Figura 1 observamos que podemos obtener la historia termal usual del Universo, que es la secuencia de dos eras de materia y energía oscura consecutivas, donde el Universo asintóticamente termina en una fase de Sitter en el futuro ( $z \rightarrow -1$ ) completamente dominado por energía oscura. Además, de la tercera curva de Figura 1 podemos ver que la transición de desaceleración a aceleración del Universo se realiza en  $z \approx 0.5$  en acuerdo con el comportamiento observado. Adicionalmente, la curva intermedia en la Figura 1 muestra que el parámetro de la ecuación de estado efectiva de energía oscura  $w_{DE}$  adquiere rápidamente el valor  $-1$ .

Sin embargo, debemos mencionar que en la gravedad cúbica (2) la aceleración tardía del Universo es gatillada principalmente por el término explícito de la constante cosmológica  $\Lambda$ , donde el término cúbico, cuantificado por el parámetro  $\beta$  en (7) y (8), juega un rol secundario (un resultado similar fue encontrado en un contexto diferente en [17]). La razón es que debido a que la corrección cúbica en la ecuación (7) es proporcional a  $H^6$ , si este término va a jugar un papel significativo durante la aceleración tardía, luego durante el periodo temprano sería suficientemente grande como para estropear la deseada historia termal del Universo y conduciría a un comportamiento "temprano de energía

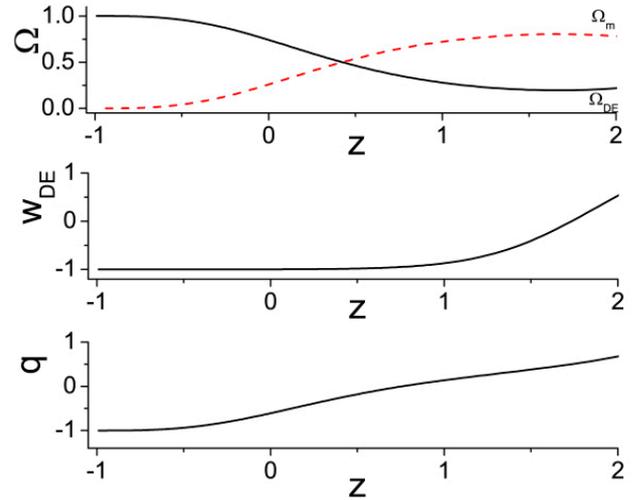


Figura 1

Gráfico superior: La evolución del parámetro de densidad efectivo de energía oscura  $\Omega_{DE}$  (curva continua negra) y del parámetro de densidad de materia  $\Omega_m$  (curva segmentada roja), como una función del corrimiento al rojo  $z$ , en el caso de gravedad cúbica, para  $\beta=0.005$  y  $\Lambda=1$ , en unidades donde  $\kappa=1$ . Hemos impuesto las condiciones iniciales  $\Omega_{DE}(z=0) \approx 0.69$  en consistencia con las observaciones. Gráfico intermedio: La evolución del parámetro de ecuación de estado efectivo para energía oscura  $w_{DE}$ . Gráfico inferior: La evolución del correspondiente parámetro de desaceleración  $q$ .

oscura" [18]. Sin embargo, incluso en el caso donde el término cúbico juega un rol secundario en la aceleración tardía del Universo, su efecto puede ser aún significativo a tiempos intermedios (vea la segunda curva en la Figura 1 donde la desviación del modelo  $\Lambda$ CDM es clara).

Ahora, investigamos la gravedad cúbica extendida  $f(P)$  dada en (9). En este caso, usando (12) y (13), la densidad y presión efectiva de energía oscura están dadas por

$$\begin{aligned}\rho_{DE} &\equiv \rho_{fP} \\ p_{DE} &\equiv p_{fP},\end{aligned}$$

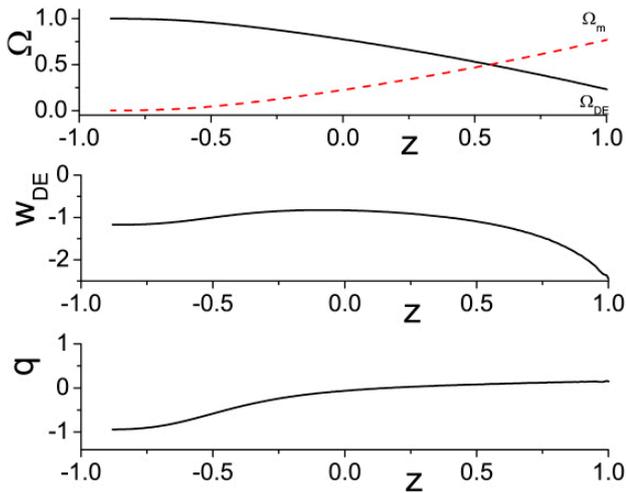
donde el parámetro de la ecuación de estado efectiva para la energía oscura es  $w_{DE} \equiv p_{DE}/\rho_{DE}$ . Como primer ejemplo consideramos el caso donde

$$f(P) = \alpha \sqrt{P},$$

sin considerar una constante cosmológica explícita. Adicionalmente, redefinimos  $\beta \equiv \alpha \tilde{\beta}$ .

Al igual como se hizo en el caso de gravedad cúbica, presentamos los resultados en curvas respecto al corrimiento al rojo o redshift  $z$  como variable independiente para los parámetros de densidades, la ecuación de estado para el sector de energía oscura, y el parámetro de desaceleración. Como se observa en la Figura 2, obtenemos una secuencia de eras de materia y energía oscura, así como también el inicio de la aceleración tardía del Universo. Sin embargo, la ventaja significativa comparada con la simple gravedad cúbica de Figura 1 radica en que ahora el mismo comportamiento es obtenido sin considerar una constante cosmológica explícita; en otras palabras, esto surge solamente de la modificación  $f(P)$ . Esto también puede verse en la evolución  $w_{DE}$ , la cual exhibe un comportamiento dinámico diferente al del modelo  $\Lambda$ CDM durante toda su historia termal, con un valor asintótico que entra levemente en un régimen fantasma.

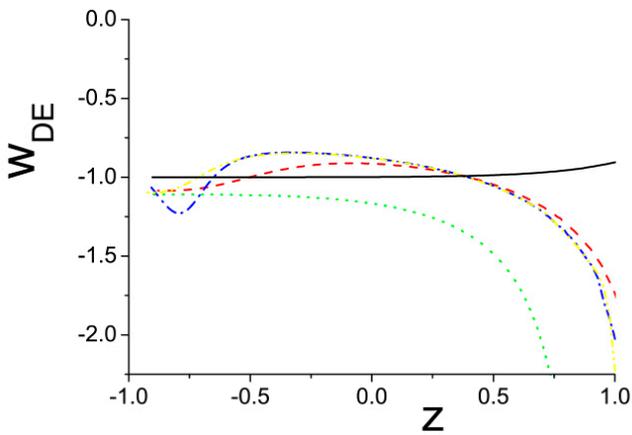
Para examinar los efectos de las formas que  $f(P)$  puede tener sobre la ecuación de estado  $w_{DE}$ , en Figura 3 presentamos la evolución de este parámetro para distintas elecciones de la función  $f(P)$ . Además del caso de gravedad cúbica en Figura 1, el



**Figura 2**

Gráfico superior: La evolución del parámetro de densidad efectivo de energía oscura  $\Omega_{DE}$  (curva continua negra) y del parámetro de densidad de materia  $\Omega_m$  (curva segmentada roja), como una función del corrimiento al rojo  $z$ , en el caso de gravedad  $f(P)=\alpha\sqrt{P}$ , para  $\beta=5$ , en unidades donde  $\kappa=1$ . Hemos impuesto las condiciones iniciales  $\Omega_{DE}(z=0) \equiv \Omega_{DE0} \approx 0.69$  en consistencia con las observaciones. Gráfico intermedio: La evolución del parámetro de ecuación de estado efectivo para energía oscura  $w_{DE}$ . Gráfico inferior: La evolución del correspondiente parámetro de desaceleración  $q$ .

cual se obtiene cuando  $f(P)=\beta P-\Lambda/\kappa$ , y para la gravedad descrita en Fig. 2 con  $f(P)=\alpha\sqrt{P}$ , consideramos el caso de la raíz cúbica  $f(P)=\alpha P^{1/3}$ , así como también los casos combinados  $f(P)=\alpha\sqrt{P+\gamma P}$  y  $f(P)=\alpha P^{1/3}+\gamma P$ .



**Figura 3**

La evolución del parámetro de ecuación de estado para el sector efectivo de energía  $w_{DE}$ , para varias formas de  $f(P)$ :  $f(P)=\beta P-\Lambda/\kappa$  con  $\beta \equiv \alpha \beta = 0.005$  y  $\Lambda=1$  (curva continua negra),  $f(P)=\alpha\sqrt{P}$  con  $\beta \equiv \alpha \beta = 5$  (curva segmentada roja),  $f(P)=\alpha P^{1/3}$  con  $\beta \equiv \alpha \beta = -10$  (curva segmentada verde),  $f(P)=\alpha\sqrt{P+\gamma P}$  con  $\beta \equiv \alpha \beta = 1$  y  $\zeta \equiv \gamma \beta = 0.1$  (curva segmentada-punteada azul), y  $f(P)=\alpha P^{1/3}+\gamma P$  con  $\beta \equiv \alpha \beta = 5$  y  $\zeta \equiv \gamma \beta = 0.05$  (curva segmentada-punteada amarilla). Hemos impuesto las condiciones iniciales  $\Omega_{DE}(z=0) \equiv \Omega_{DE0} \approx 0.69$  y unidades donde  $\kappa=1$ .

Como observamos, uno puede fijar los parámetros del modelo para obtener un valor de la ecuación de estado en el presente  $w_{DE}(z=0)$  cercano al valor de la constante cosmológica, en acuerdo con las observaciones, mientras que el pasado y futuro pueden ser diferentes en distintos escenarios. Como se mencionó previa-

mente, notamos que aparte del caso lineal, tal comportamiento es logrado sin la necesidad de una constante cosmológica explícita, lo cual es una ventaja importante. Aún más, notemos que  $w_{DE}$  puede tomar valores en el régimen de quinta esencia, fantasma o incluso transitar con cierta frecuencia en este último durante la evolución cosmológica, lo cual revela las capacidades de la teoría extendida, puesto que es bien conocido que el régimen fantasma no puede ser obtenido fácilmente [19].

### Conclusiones

En este artículo construimos una gravedad cúbica y su extensión  $f(P)$  para investigar sus aplicaciones en cosmología durante el Universo temprano y tardío. La teoría cúbica es construida tal que (I) posee los mismos grados de libertad que RG; (II) no es ni topológica ni trivial; y (III) admite ecuaciones de segundo orden para un *ansatz* cosmológico en cuatro dimensiones. Mostramos que el Universo temprano es descrito por soluciones de Sitter inflacionarias, las cuales son conducidas por una constante cosmológica efectiva construida solamente a partir de los términos cúbicos de la teoría cúbica o su extensión  $f(P)$ .

Respecto a la evolución tardía, los nuevos términos constituyen un sector efectivo de energía oscura que reproduce la historia termal usual del Universo, así como la aceleración tardía. En el caso de la gravedad  $f(P)$ , dependiendo de la elección de los parámetros, encontramos que el parámetro de la ecuación de estado de energía oscura puede ser tipo quintaesencia, fantasma o incluso experimentar tránsitos por este último durante la evolución del Universo, incluso si una constante cosmológica explícita está ausente.

### Referencias

- [1] B. P. Abbott et al. (Virgo, LIGO Scientific), Phys. Rev. Lett. 116, 061102 (2016).
- [2] B. P. Abbott et al. (Virgo, LIGO Scientific), Phys. Rev. Lett. 119, 161101 (2017).
- [3] B. P. Abbott et al. (Virgo, Fermi-GBM, INTEGRAL, LIGO Scientific), Astrophys. J. 848, L13 (2017).
- [4] K. Akiyama et al. (Event Horizon Telescope), Astrophys. J. 875, L1 (2019).
- [5] K. Akiyama et al. (Event Horizon Telescope), Astrophys. J. 875, L6 (2019).
- [6] C. M. Will, Living Rev. Rel. 9, 3 (2006).
- [7] A. Hees et al., Phys. Rev. Lett. 118, 211101 (2017).
- [8] P. A. R. Ade et al. (Planck Collaboration), Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters, Astron. Astrophys. 594, A13 (2016).
- [9] Riess A G et al, Astron. J. 116, 1009 (1998).
- [10] Perlmutter S et al, Astrophys. J. 517, 565 (1999).
- [11] Clifton et al, Phys. Rep. 513, 1 (2012).
- [12] Y. F. Cai et al, Rept. Prog. Phys. 79, 106901 (2016).
- [13] D. J. Gross et al, Nucl. Phys. B 291, 41 (1987).
- [14] K. S. Stelle, Phys. Rev. D 16, 953 (1977).
- [15] T. Biswas et al, Phys. Rev. Lett. 108, 031101 (2012).
- [16] P. Bueno et al, Phys. Rev. D 94, 104005 (2016)
- [17] G. Arciniega et al, arXiv:1810.08166 [gr-qc] (2018).
- [18] M. Bartelmann et al, Astron. Astrophys. 454, 27 (2006).
- [19] S. Nojiri et al, Astrophys. Space Sci. 347, 221 (2013).